

- قررت وزارة التعليم تدريس
- هذا الكتاب وطبعه على نفقتها

# الرياضيات

للفص الثاني المتوسط  
الفصل الدراسي الثاني



قام بالتأليف والمراجعة  
فريق من المتخصصين

# المقدمة

الحمد لله والصلاة والسلام على نبينا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين، وبعد:

تعد مادة الرياضيات من المواد الدراسية الأساسية التي تهيئ للطالب فرص اكتساب مستويات عليا من الكفايات التعليمية، مما يتيح له تنمية قدرته على التفكير وحل المشكلات، ويساعده على التعامل مع مواقف الحياة وتلبية متطلباتها.

ومن منطلق الاهتمام الذي توليه حكومة خادم الحرمين الشريفين بتنمية الموارد البشرية، وعياً بأهمية دورها في تحقيق التنمية الشاملة، كان توجه وزارة التعليم نحو تطوير المناهج الدراسية وفي مقدمتها مناهج الرياضيات، بدءاً من المرحلة الابتدائية، سعياً للارتقاء بمخرجات التعليم لدى الطلاب، والوصول بهم إلى مصاف أقرانهم في الدول المتقدمة.

وتتميز هذه الكتب بأنها تتناول المادة بأساليب حديثة، تتوافر فيها عناصر الجذب والتشويق، التي تجعل الطالب يقبل على تعلمها ويتفاعل معها، من خلال ما تقدمه من تدريبات وأنشطة متنوعة، كما تؤكد هذه الكتب على جوانب مهمة في تعليم الرياضيات وتعلمها، تتمثل فيما يأتي:

- الترابط الوثيق بين محتوى الرياضيات وبين المواقف والمشكلات الحياتية.
  - تنوع طرائق عرض المحتوى بصورة جذابة مشوقة.
  - إبراز دور المتعلم في عمليات التعليم والتعلم.
  - الاهتمام بالمهارات الرياضية، والتي تعمل على ترابط المحتوى الرياضي وتجعل منه كلاً متكاملًا، ومن بينها: مهارات التواصل الرياضي، ومهارات الحس الرياضي، ومهارات جمع البيانات وتنظيمها وتفسيرها، ومهارات التفكير العليا.
  - الاهتمام بتنفيذ خطوات حل المشكلات، وتوظيف استراتيجياته المختلفة في كيفية التفكير في المشكلات الرياضية والحياتية وحلها.
  - الاهتمام بتوظيف التقنية في المواقف الرياضية المختلفة.
  - الاهتمام بتوظيف أساليب متنوعة في تقويم الطلاب بما يتناسب مع الفروق الفردية بينهم.
- ونحن إذ نقدّم هذه الكتب لأعزائنا الطلاب، لنأمل أن تستحوذ على اهتمامهم، وتلبي متطلباتهم وتجعل تعلمهم لهذه المادة أكثر متعة وفائدة.

والله ولي التوفيق



الفصل ٦

القياس : المساحة والحجم

١١	التهيئة
١٢	استكشاف مساحات الأشكال غير المنتظمة
١٣	١-٦ مساحات الأشكال المركبة *
٢-٦	استراتيجية حل المسألة
١٨	حل مسألة أبسط
٢٠	٣-٦ الأشكال الثلاثية الأبعاد
٢٥	٤-٦ حجم المنشور والأسطوانة
٣٢	اختبار منتصف الفصل
٣٣	٥-٦ حجم الهرم والمخروط
٣٨	استكشاف مساحة سطح الأسطوانة ..
٣٩	٦-٦ مساحة سطح المنشور والأسطوانة
٤٥	توسيع مخطط المخروط *
٤٦	٧-٦ مساحة سطح الهرم
٥١	اختبار الفصل
٥٣-٥٢	الاختبار التراكمي (٦)

الفصل ٧

الجبر : المعادلات والمتباينات

٥٥	التهيئة
٥٦	١-٧ تبسيط العبارات الجبرية
٦٢	٢-٧ حل معادلات ذات خطوتين *
٦٧	٣-٧ كتابة معادلات ذات خطوتين
٧٢	استكشاف معادلات تتضمن متغيرات في طرفيها
٧٤	٤-٧ حل معادلات تتضمن متغيرات في طرفيها
٧٨	اختبار منتصف الفصل
٥-٧	استراتيجية حل المسألة
٧٩	التخمين والتحقق
٨١	٦-٧ المتباينات
٨٥	٧-٧ حل المتباينات
٩١	اختبار الفصل
٩٣-٩٢	الاختبار التراكمي (٧)





## الجبر: الدوال الخطية

التهيئة	٩٥
١-٨ المتتابعات	٩٦
٢-٨ الدوال	١٠٢
توسع العلاقات والدوال *	١٠٧
٣-٨ تمثيل الدوال الخطية	١٠٨
اختبار منتصف الفصل	١١٤
٤-٨ ميل المستقيم	١١٥
٥-٨ التغير الطردي	١٢١
٦-٨ استراتيجية حل المسألة	
إنشاء نموذج	١٢٧
اختبار الفصل	١٢٩
الاختبار التراكمي (٨)	١٣٠-١٣١



## الاحتمالات

التهيئة	١٨٣
١-١٠ عد النواتج *	١٨٤
٢-١٠ احتمال الحوادث المركبة	١٨٩
٣-١٠ الاحتمال النظري والاحتمال التجريبي	١٩٥
اختبار منتصف الفصل	٢٠٠
٤-١٠ استراتيجية حل المسألة	
تمثيل المسألة	٢٠١
٥-١٠ استعمال المعاينة في التنبؤ	٢٠٣
اختبار الفصل	٢٠٩
الاختبار التراكمي (١٠)	٢١٠-٢١١



## الإحصاء

التهيئة	١٣٣
١-٩ استراتيجية حل المسألة	
إنشاء جدول	١٣٤
٢-٩ المدرجات التكرارية	١٣٦
٣-٩ القطاعات الدائرية *	١٤١
توسع الخطوط والأعمدة والقطاعات الدائرية *	١٤٨
٤-٩ مقاييس النزعة المركزية والمدى *	١٥٠
توسع المتوسط والوسيط والمنوال *	١٥٦
اختبار منتصف الفصل	١٥٧
٥-٩ مقاييس التشتت	١٥٨
٦-٩ التمثيل بالصندوق وطرفيه	١٦٣
٧-٩ التمثيل بالساق والورقة	١٦٩
٨-٩ اختيار طريقة التمثيل المناسبة *	١٧٤
اختبار الفصل	١٧٩
الاختبار التراكمي (٩)	١٨٠-١٨١

\* موضوعات غير مقررة على مدارس تحفيظ القرآن الكريم.  
في كل فصل لا تخصص حصة لكل من التهيئة والمراجعة والاختبارات.





# إليك عزيزي الطالب

ستركز في دراستك هذا العام على المجالات الرياضية الآتية:

- **الجبر:** تحليل الدوال الخطية وتمثيلها، وحل المعادلات الخطية في تطبيقات مختلفة.
- **القياس والهندسة:** تحليل الأشكال الثنائية والثلاثية الأبعاد.
- **تحليل البيانات:** تمثيل البيانات وتحليلها وتفسيرها.

وفي أثناء دراستك، ستتعلم طرائق جديدة لحل المسألة، وتفهم لغة الرياضيات وتستعمل أدواتها، وتنمي قدراتك الذهنية وتفكيرك الرياضي.





# كيف تستعمل كتاب الرياضيات؟

- **اقرأ** فكرة الدرس في بداية الدرس.
- **ابحث** عن المفردات المظللة باللون الأصفر، واقرأ تعريف كل منها.
- **راجع** المسائل الواردة في مثال ، والمحلولة بخطوات تفصيلية؛ لتذكرك بالفكرة الرئيسة للدرس.
- **استعمل** إرشادات للأسئلة لتعرف ما الأمثلة التي تساعدك على حل التمارين والواجبات المطلوبة.
- **ارجع** إلى إرشادات للدراسة حيث تجد معلومات وتوجيهات تساعدك في متابعة الأمثلة المحلولة.
- **راجع** ملاحظاتك التي دوّنتها في المَطْوِيَّات
- **زُر** الموقع [www.ien.edu.sa](http://www.ien.edu.sa) وسوف تجد أمثلة وأنشطة إضافية تساعدك على حل بعض المسائل الصعبة.





# القياس: المساحة والحجم

## الفكرة العامة

- أجد مساحات أشكال هندسية مستوية، وحجوم مجسمات ومساحاتها الجانبية والكلية.

## المضردات الرئيسة:

المنشور ص (٢١)

الهرم ص (٢١)

الأسطوانة ص (٢٦)

المخروط ص (٣٤)

## الربط بالحياة

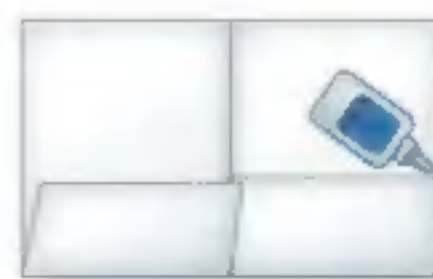
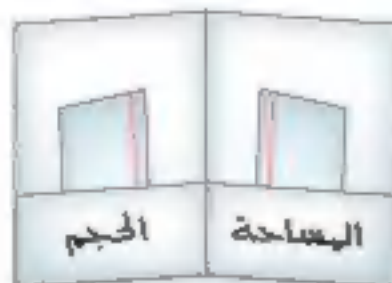
**مشروع القدية:** يقع على بعد ٤٠ كيلومتراً غرب الرياض ويعتبر نموذجاً جديداً لتنمية الأراضي الصحراوية فهو يضم جبلاً وأودية وإطلالة على الصحراء، وتبلغ مساحته ٣٣٤ كيلومتراً مربعاً.

## المطويات

### مُنظَّم أفكار

**القياس، المساحة والحجم:** اعمل هذه المطوية لتساعدك على تنظيم ملاحظاتك. ابدأ بورقة A3 على النحو الآتي:

- ١ اطو الورقة عرضياً.
- ٢ افتح الطية السابقة، واطو أسفل الورقة لتكوّن جيّباً، وألصق حوافه.
- ٣ سمّ كل جيّب كما يظهر في الشكل، وضع بطاقات صغيرة داخله.







# التهيئة

أجب عن الاختبار الآتي:

مراجعة للتريفة

اختبار للتريفة

أوجد ناتج الضرب: (الدرس ١-٣، ١-٨)

١  $12 \times 8 \times \frac{1}{3}$

$32 = 12 \times 8 \times \frac{1}{3}$

٢  $29 \times 4 \times \frac{1}{3}$

$108 = 27 \times 4 \times \frac{1}{3} = 29 \times 4 \times \frac{1}{3}$

٣ **رياضة:** يمارس سلمان رياضة الجري ستة أيام في

الأسبوع، حيث يجري ٤ كلم في اليوم الواحد. فإذا قرر أن يجري  $\frac{1}{3}$  هذه المسافة فقط كل يوم، فكم يجري في

الأسبوع الواحد؟ (الدرس ١-٣)

يجري في الأسبوع  $6 \times 4 = 24$  كلم.

بعد أن قرر الجري  $\frac{1}{3}$  المسافة  $24 \times \frac{1}{3} = 8$  كلم.

أوجد قيمة ٢أب + ٢بج + ٢أج إذا علمت أن: (مهارة سابقة)

٤  $184 = (8 \times 5 \times 2) + (8 \times 4 \times 2) + (4 \times 5 \times 2)$  أ = ٥، ب = ٤، ج = ٨

٥  $102 =$  بالتعويض يكون الناتج أ = ٢، ب = ٣، ج = ٩

٦  $149, 18 =$  بالتعويض يكون الناتج أ = ٤، ب = ٥، ج = ٩، د = ٧

٧  $227, 68 =$  بالتعويض يكون الناتج أ = ٦، ب = ٢، ج = ٨، د = ١٠





# التهيئة

أجب عن الاختبار الآتي:

مراجعة للتريفة

اختبار للتريفة

أوجد قيمة كلٍّ من العبارات الجبرية الآتية مستعملًا  
ط  $\approx 3,14$ ، ومقرَّبًا الجواب إلى أقرب جزء من

عشرة: (مهارة سابقة)

٨ ط  $\times 10$

$3,14 \times 10 = 31,4$

٩ ط  $\times 2 \times 3,2$

$3,14 \times 3,2 \times 2 = 20,1$

١٠ ط  $\times 27$

$3,14 \times 49 = 153,9$

١١ ط  $\times (2 \div 19)$

$3,14 \times (2 \div 19) = 0,283,4$

١٢ **فطائر:** تقدر المسافة الدائرية حول رغيف فطيرة قطره

١٤ بوصة بالمقدار ط  $\times 14$ ، أوجد هذه المسافة،

مقرَّبًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة. (مهارة سابقة)

حيث أن ط  $= 3,14$ ، إذن  $3,14 \times 14 = 44$  بوصة.





### حل النتائج

١ في الشكل المجاور، قُسمت خريطة مصر إلى مضلعات. اشرح كيف تستعمل المضلعات لتقدير مساحتها.

حيث أنه يمكن حساب مساحة كل مضلع على حدا ثم جمع المساحات للحصول على المساحة الكلية.

٢ قَدِّر مساحة كل جزء.

$$١ \text{ م} = \frac{1}{2} \text{ ع (مجموع طول القاعدتين)} = \frac{1}{2} \times ٢٠٠ \times (٤٥٠ + ٢٠٠) = ٦٥٠٠٠ \text{ كلم.}$$

$$٢ \text{ م} = \frac{1}{2} \text{ ع (مجموع طول القاعدتين)} = \frac{1}{2} \times ١٠٨٠ \times (١١٥٠ + ٦٠٠) = ٩٤٥٠٠٠ \text{ كلم.}$$

٣ قَدِّر مساحة الخريطة كاملة.

$$\text{المساحة الكلية} = ١ \text{ م} + ٢ \text{ م} = ٩٤٥٠٠٠ + ٦٥٠٠٠ = ١٠١٠٠٠ \text{ كلم.}$$

٤ بحث: استعمل الإنترنت أو أي مصدر لمعرفة آخر لإيجاد المساحة الكلية لمصر، وقارن بينها وبين إجابتك في سؤال (٣).

### متروك للطالب.

٥ بحث: قَدِّر مساحة دولة أخرى تختارها، ثم استعمل الإنترنت أو مصدر معرفة آخر للمقارنة بين تقديرك والمساحة الفعلية.

### متروك للطالب.





www.ien.edu.sa

# مساحات الأشكال المركبة

١ - ٦

## استعد

سباق سيارات: يظهر الشكل المجاور ميدانًا لسباق سيارات.

١ حدد بعض المضلعات التي تشكل ميدان السباق.

## مستطيلات وأشباه منحرف.

٢ كيف تستعمل المضلعات في إيجاد مساحة الميدان؟

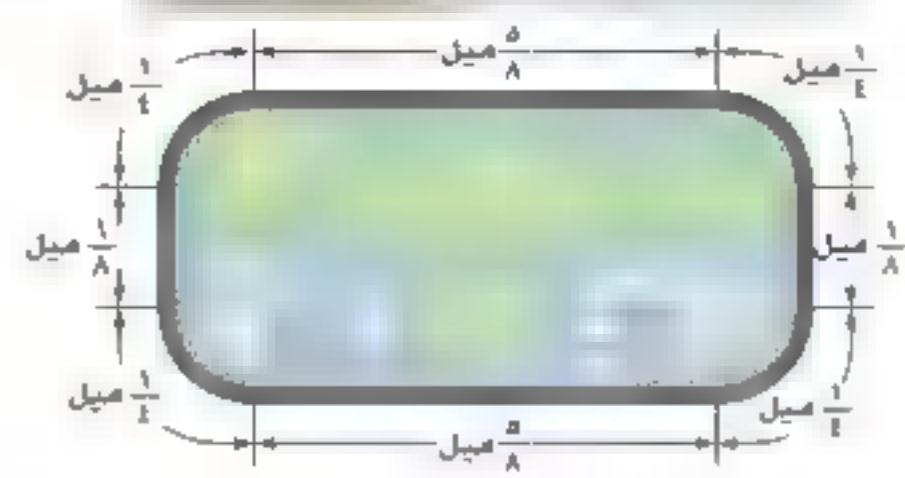
## اجمع مساحات المضلعات.

### فكرة الدرس:

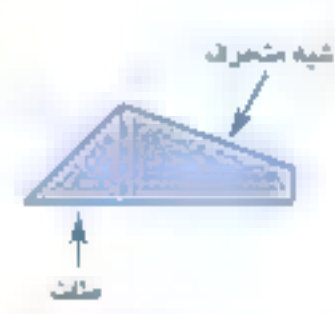
أجد مساحات أشكال مركبة.

### المفردات

الشكل المركب



يتكون الشكل المركب من شكلين بسيطين أو أكثر.

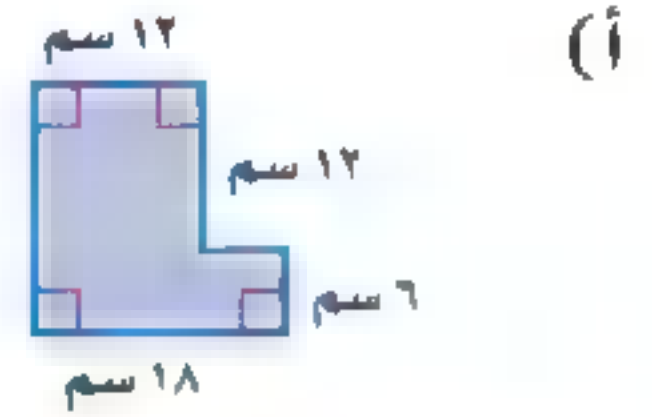


ولإيجاد مساحة شكل مركب، قسمه إلى أشكال يسهل إيجاد مساحاتها، ثم أوجد مجموع هذه المساحات، وفيما يأتي مراجعة لبعض قوانين المساحات:

قوانين المساحة		مفهوم أساسي
الشكل	التعبير اللفظي	الرموز
متوازي الأضلاع	مساحة متوازي الأضلاع هي ناتج ضرب القاعدة في الارتفاع.	$م = ق \times ع$
المثلث	مساحة المثلث هي نصف ناتج ضرب قاعدته في ارتفاعه.	$م = \frac{1}{2} ق \times ع$
شبه المنحرف	مساحة شبه المنحرف هي نصف ناتج ضرب الارتفاع في مجموع القاعدتين.	$م = \frac{1}{2} ع (ق_1 + ق_2)$
الدائرة	مساحة الدائرة هي ناتج ضرب ط في مربع نصف القطر.	$م = ط \times نق^2$



أوجد مساحة كل شكل مما يأتي، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك:



نقسم الشكل إلى مربع ومستطيل

$$\text{مساحة المربع} = \text{طول الضلع} \times \text{نفسه} = 6 \times 6 = 36 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة المستطيل} = \text{الطول} \times \text{العرض} = 18 \times 6 = 108 \text{ سم}^2$$

$$\text{إذن المساحة الكلية} = 36 + 108 = 144 \text{ سم}^2$$

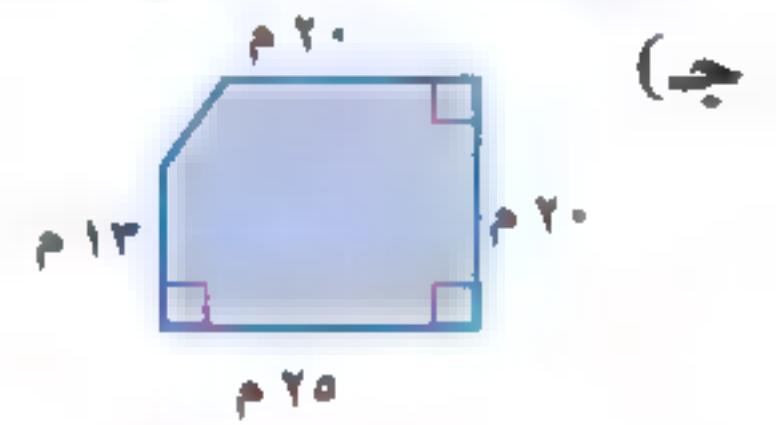


نقسم الشكل إلى نصف دائرة ومستطيل

$$\text{مساحة المستطيل} = \text{الطول} \times \text{العرض} = 15 \times 7 = 105 \text{ قدم}^2$$

$$\text{مساحة نصف الدائرة} = \frac{1}{2} \pi r^2 = \frac{1}{2} \times 3.14 \times 7.5^2 = 88.3 \text{ قدم}^2 \text{ تقريباً}$$

$$\text{إذن المساحة الكلية} = 105 + 88.3 = 193.3 \text{ قدم}^2$$



نقسم الشكل إلى مربع وشبه منحرف

$$\text{مساحة المربع} = \text{طول الضلع} \times \text{نفسه} = 20 \times 20 = 400 \text{ م}^2$$

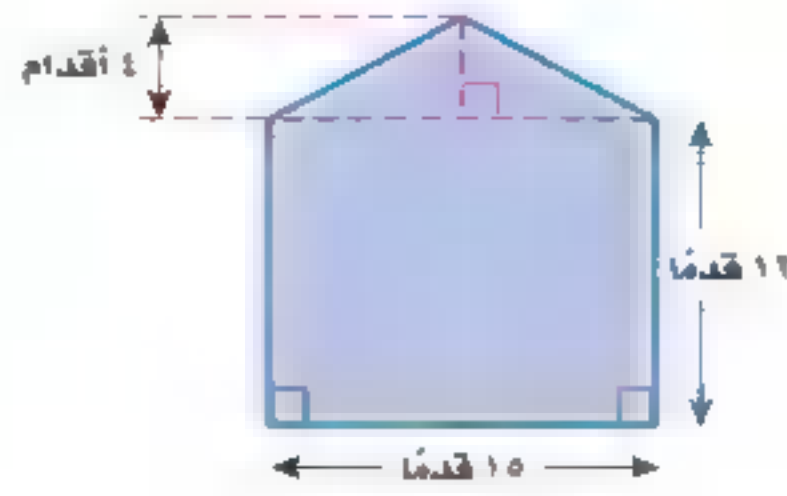
$$\text{مساحة شبه المنحرف} = \frac{1}{2} \times (\text{مجموع طول القاعدتين}) \times \text{الارتفاع} = \frac{1}{2} \times (20 + 25) \times 5 = 112.5 \text{ م}^2$$

$$= 112.5 \text{ م}^2$$

$$\text{إذن المساحة الكلية} = 400 + 112.5 = 512.5 \text{ م}^2$$



**تحقق من فهمك:**



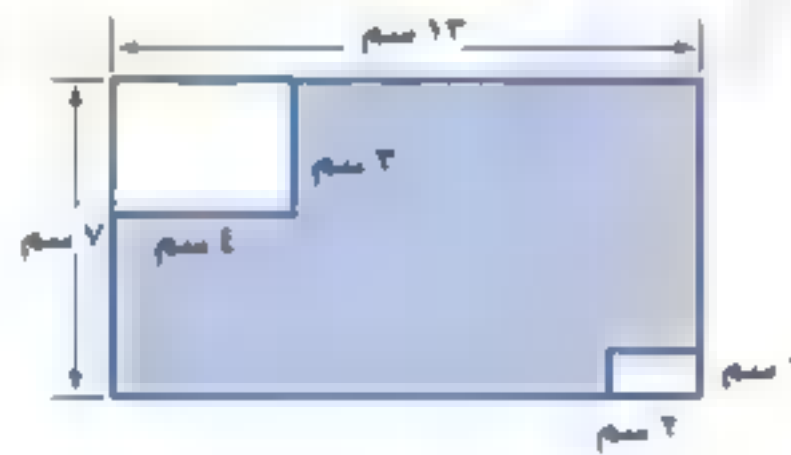
(د) أكواخ: يبين الشكل المجاور الواجهة الخلفية لكوخ خشبي، فكم قدمًا مربعة من الخشب تستعمل في بناء هذه الواجهة؟

$$\text{مساحة المستطيل} = \text{الطول} \times \text{العرض} = 15 \times 12 = 180 \text{ قدم}^2$$

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times \text{ق} \times \text{ع} = \frac{1}{2} \times 15 \times 4 = 30 \text{ قدم}^2$$

$$\text{إذن تحتاج} = 180 + 30 = 210 \text{ قدم}^2$$

**تحقق من فهمك:**



(هـ) قُصّ مستطيلان من مستطيل كما في الشكل المجاور، أوجد مساحة المنطقة المظللة، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.

$$\text{مساحة الشكل كله} = \text{الطول} \times \text{العرض} = 13 \times 7 = 91 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة المستطيل الكبير} = 3 \times 4 = 12 \text{ سم}^2$$

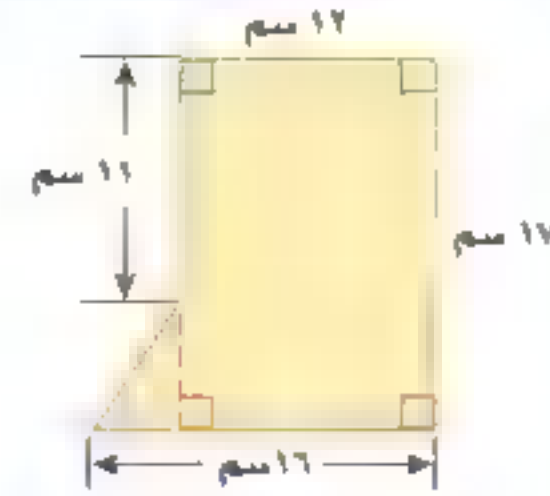
$$\text{مساحة المستطيل الصغير} = 1 \times 2 = 2 \text{ سم}^2$$

$$\text{إذن مساحة المنطقة المظللة} = 91 - 12 - 2 = 77 \text{ سم}^2$$



أوجد مساحة الشكلين الآتيين، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك:

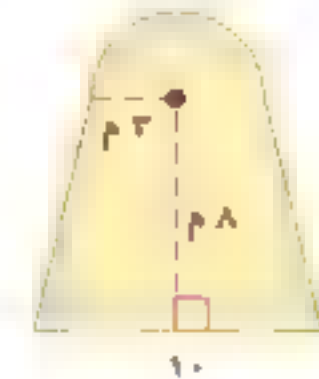
المثال ١



مساحة المستطيل = الطول  $\times$  العرض =  $12 \times 17 = 204$ .

مساحة المثلث =  $\frac{1}{2} \times \text{ق} \times \text{ع} = \frac{1}{2} \times 16 \times 11 = 88$ .

إذن المساحة الكلية =  $204 + 88 = 292$  سم<sup>٢</sup>.



مساحة شبه المنحرف =  $\frac{1}{2} \times (\text{ق} + \text{ق}) \times \text{ع} = \frac{1}{2} \times (6 + 10) \times 8 = 64$ .

مساحة نصف الدائرة =  $\frac{1}{2} \times \text{ط} \times \text{نق} =$

$\frac{1}{2} \times 14 \times 3,14 = 13,9$  تقريبًا.

المساحة الكلية =  $64 + 13,9 = 77,9$  م<sup>٢</sup>.



٣) نوافذ، صُممت نافذة كما في الشكل

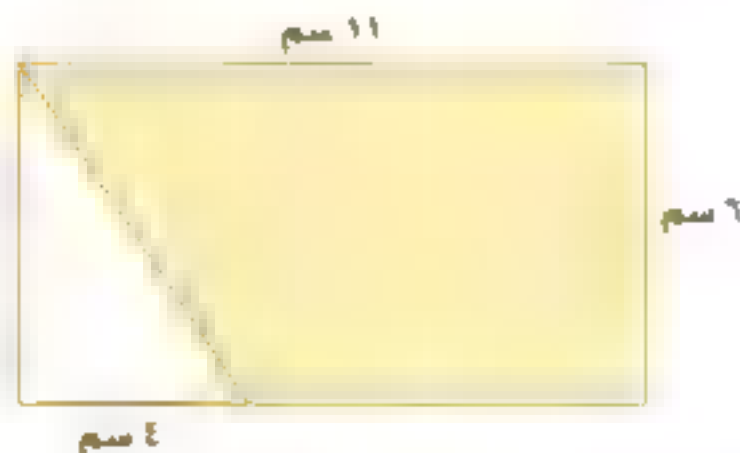
أدناه، فما مساحتها بالمتر المربع؟

مساحة المستطيل = الطول  $\times$  العرض =  $2 \times 1,5 = 3$ .

مساحة نصف الدائرة =  $\frac{1}{2} \times \text{ط} \times \text{نق} =$

$\frac{1}{2} \times 3,14 \times 1,5^2 = 0,9$ .

المساحة الكلية =  $3 + 0,9 = 3,9$  م<sup>٢</sup>.



٤) يبين الشكل أدناه مستطيلًا قُصَّ

منه مثلث. أوجد مساحة المنطقة المظللة.

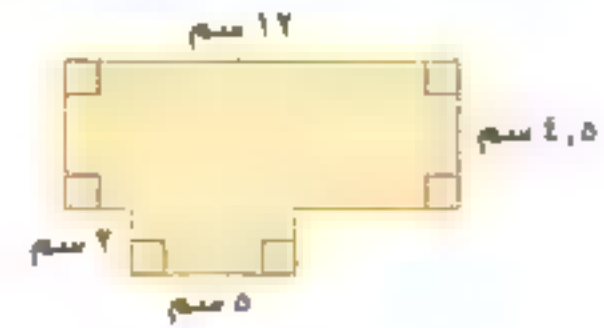
مساحة المثلث =  $\frac{1}{2} \times \text{ق} \times \text{ع} = \frac{1}{2} \times 6 \times 4 = 12$ .

المساحة الكلية =  $11 \times 6 = 66$ .

المساحة المظللة =  $66 - 12 = 54$  سم<sup>٢</sup>.



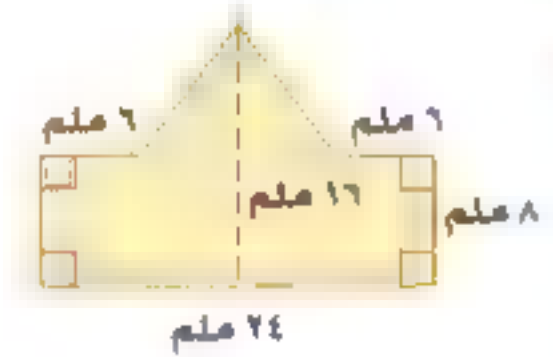
أوجد مساحة الأشكال المركبة الآتية، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك:



١ م = الطول  $\times$  العرض =  $12 \times 4,5 = 54$  سم<sup>٢</sup>

٢ م = الطول  $\times$  العرض =  $2 \times 5 = 10$  سم<sup>٢</sup>

م الكلية =  $54 + 10 = 64$  سم<sup>٢</sup>



١ م = الطول  $\times$  العرض =  $24 \times 8 = 192$

٢ م =  $\frac{1}{2} \times 12 \times 6 = 36$

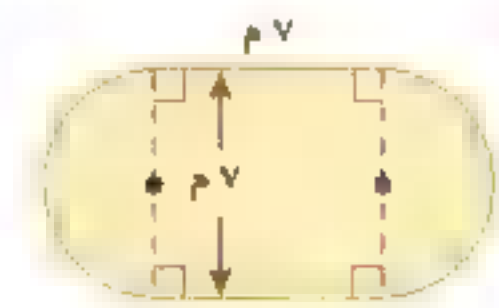
م الكلية =  $192 + 36 = 228$  ملم<sup>٢</sup>



١ م =  $\frac{1}{2} \times 16 \times 10 = 80$

٢ م =  $\frac{1}{2} \times 16 \times 8 = 64$  تقريبًا

م الكلية =  $80 + 64 = 144$  سم<sup>٢</sup>



١ م = طول الضلع  $\times$  نفسه =  $7 \times 7 = 49$

٢ م = مساحة نصف الدائرة =  $\frac{1}{2} \times 3,14 \times 3,5^2 = 38,4$

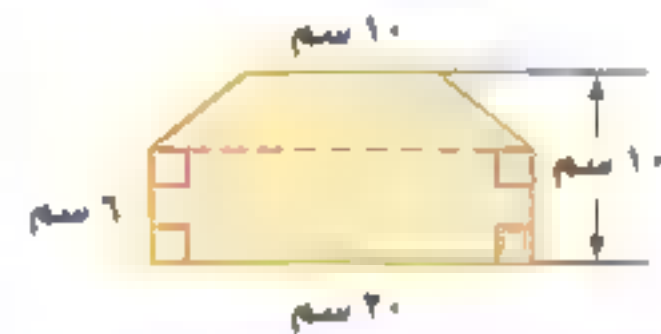
م الكلية =  $49 + 38,4 = 87,4$  م<sup>٢</sup>



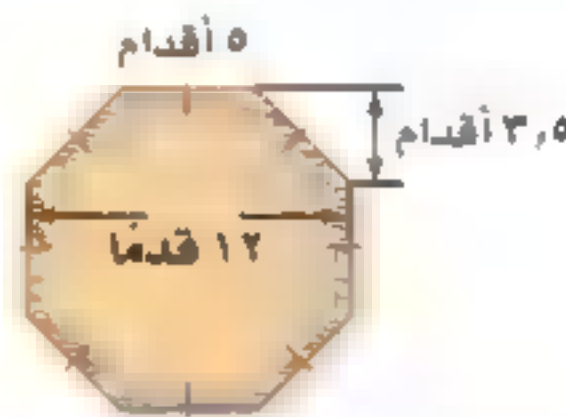
أوجد مساحة الأشكال المركبة الآتية، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك:



$$\begin{aligned} \text{م} 1 &= \frac{1}{2} \text{ ع } (1 \text{ ق} + 2 \text{ ق}) = \frac{1}{2} \times 3.6 \times (7 + 9) = 28.8 \\ \text{ارتفاع المثلث} &= 3.6 - 6.4 = 2.8 \\ \text{إذن م} 2 &= \frac{1}{2} \text{ ع } 2 \times 7 \times 2.8 = 9.8 \\ \text{م الكلية} &= 28.8 + 9.8 = 38.6 \text{ قدم مربع.} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{م} 1 &= \text{الطول} \times \text{العرض} = 20 \times 6 = 120 \\ \text{م} 2 &= \frac{1}{2} \text{ ع } (1 \text{ ق} + 2 \text{ ق}) = \frac{1}{2} \times 4 \times (10 + 20) = 60 \\ \text{م الكلية} &= 120 + 60 = 180 \text{ سم}^2 \end{aligned}$$



١١ نجارة: صمّم أحمد طاولة كما في الشكل أدناه. ما مساحة سطحها؟

$$\begin{aligned} \text{تقسم إلى 3 أشكال: مستطيل، 2 شبه منحرف.} \\ \text{مساحة المستطيل} &= 12 \times 5 = 60 \\ \text{مساحة شبه المنحرف} &= \frac{1}{2} \text{ ع } (1 \text{ ق} + 2 \text{ ق}) \\ &= \frac{1}{2} \times 3.5 \times (12 + 5) = 29.75 \\ \text{مساحة 2 شبه منحرف} &= 59.5 \\ \text{إذن المساحة الكلية} &= 60 + 59.5 = 119.5 \text{ قدم مربع.} \end{aligned}$$



أوجد مساحة الأشكال المركبة الآتية، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك:



١٢ مجوهرات: يبين الشكل الآتي حلية ذهبية. ما مساحتها؟

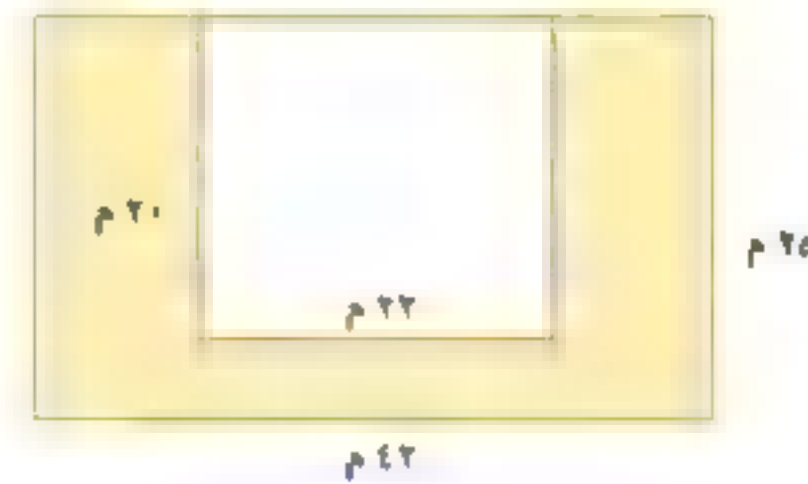
$$\text{مساحة المستطيل} = 3 \times 2 = 6 \text{ سم}^2$$

بما أن المثلثات متساويان فتكون مساحتهما واحدة

$$= \left(\frac{1}{2} \text{ ق ع}\right) = \text{ق ع} = 1 \times 3 = 3$$

$$\text{المساحة الكلية} = 3 + 6 = 9 \text{ سم}^2$$

أوجد مساحة المنطقة المظللة، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

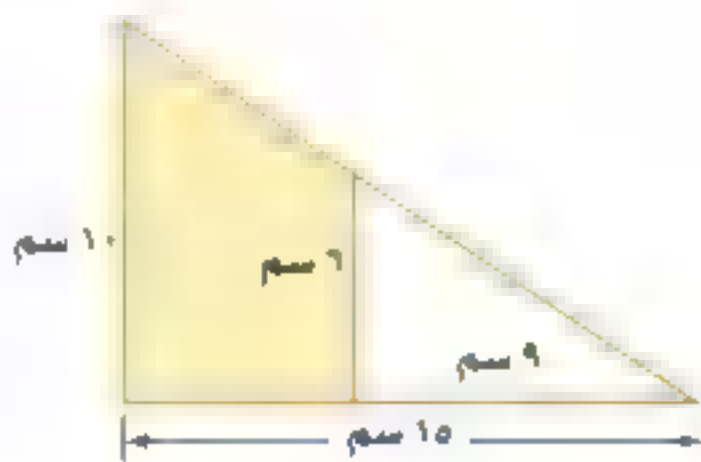


$$\text{مساحة الشكل كله} = \text{الطول} \times \text{العرض} = 42 \times 25 = 1050$$

$$\text{مساحة المنطقة غير المظللة} = \text{الطول} \times \text{العرض}$$

$$22 \times 20 = 440$$

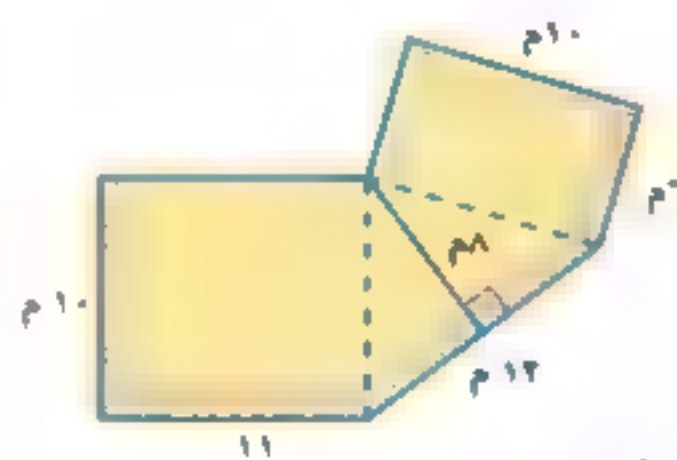
$$\text{إذن مساحة المنطقة المظللة} = 1050 - 440 = 610 \text{ م}^2$$



$$\text{مساحة الشكل كله} = \frac{1}{2} \text{ ق ع} = \frac{1}{2} \times 15 \times 10 = 75$$

$$\text{مساحة المثلث الصغير} = \frac{1}{2} \times 9 \times 6 = 27$$

$$\text{إذن مساحة المنطقة المظللة} = 75 - 27 = 48 \text{ سم}^2$$



١٥ سجادة: ترغب والدك ليان في تغطية أرضية صالة منزلها بالسجاد كما في الشكل المجاور. ما مساحة السجاد المطلوب شراؤه؟

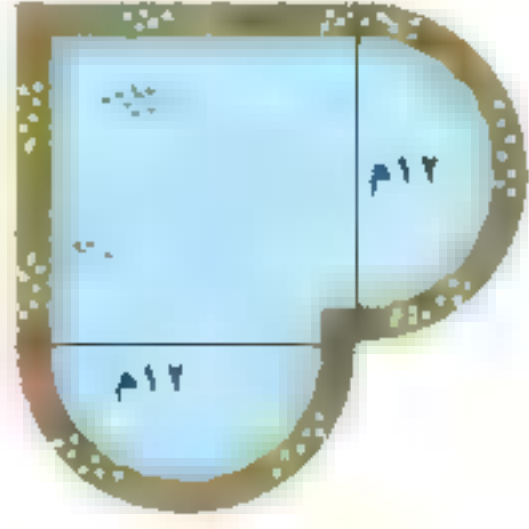
$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 = 48$$

$$\text{مساحة المستطيل الصغير} = 10 \times 6 = 60$$

$$\text{مساحة المستطيل الكبير} = 10 \times 11 = 110$$

$$\text{إذن مساحة الشكل} = 48 + 60 + 110 = 218 \text{ م}^2$$





١٦ **تحدد** : يمثل الشكل المجاور بركة محاطة بممر

من الورد عرضه متران. ما مساحة الممر؟

المساحة الخارجية = ١١٣.١ سم<sup>٢</sup>

المساحة الداخلية = ٥٠.٣ سم<sup>٢</sup>

مساحة الممر = ١١٣.١ - ٥٠.٣ = ٦٢.٨ سم<sup>٢</sup>

١٧ **اكتب** اشرح طريقتين مختلفتين على الأقل

لإيجاد مساحة السداسي المنتظم، مضمناً إجابتك رسماً توضيحياً لذلك.

**الطريقة الأولى:** قسم المضلع السداسي أفقياً إلى شبهي منحرف ثم أوجد

مجموع مساحتها.

**الطريقة الثانية:** قسم المضلع سداسي رأسياً إلى مثلثين ومستطيل وأوجد

مساحة كل شكل منها ثم أوجد مجموع هذه المساحات؟

**تدريب على اختبار**

مساحة نصف الدائرة =  $\frac{1}{2} \pi r^2$

١٨ ما المساحة الكلية للشكل أدناه؟

مساحة نصف الدائرة =  $\frac{1}{2} \pi (3)^2 \approx 14,14$

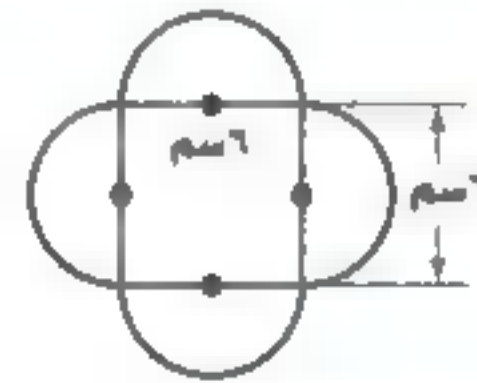
وبما أنه يوجد ٤ أنصاف للدائرة إذن

مساحة أنصاف الدائرة =  $14,14 \times 4 \approx 56,56$

مساحة المربع = طول الضلع  $\times$  نفسه

مساحة المربع =  $(6)^2 = 36$

مساحة الشكل =  $36 + 56,56 \approx 92,56$



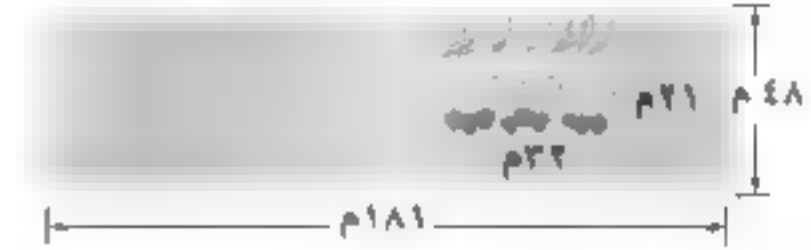
(أ) ٩٢,٩ سم<sup>٢</sup>

(ب) ٦٤,٣ سم<sup>٢</sup>

(ج) ٥٦,٥ سم

(د) ٣٦,٠ سم

١٩ يبين الشكل أدناه مزرعة خضراوات مستطيلة الشكل طولها ١٨١ م، وعرضها ٤٨ م، زرع منها جزء مستطيل الشكل طوله ٣٢ م وعرضه ٢١ م بالفواكه . ما مساحة الجزء المزروع بالخضراوات؟



(أ) ٨٦٨٨ م<sup>٢</sup> (ب) ٨٦٣٥ م<sup>٢</sup>

(ج) ٨٠١٦ م<sup>٢</sup> (د) ٢٨٢ م<sup>٢</sup>

مساحة المستطيل (المزرعة كلها) = الطول × العرض

$$8688 = 48 \times 181 =$$

مساحة المستطيل (الجزء المزروع) = الطول × العرض

$$672 = 21 \times 32 =$$

$$\text{مساحة المنطقة المزروعة} = 672 - 8688 = 8016 \text{ م}^2$$

#### الاستعداد للدرس اللاحق

٢٠ مهارة سابقة : لوحظ تناقص أسعار الآلات الحاسبة ، ففي عام ١٤٢٥ هـ كان سعر آلة حاسبة من نوع ما ١٢٥ ريالاً ، وأصبح ١٠٧ ريالاً عام ١٤٣٠ هـ ، ثم ٨٩ ريالاً عام ١٤٣٥ هـ ، إذا استمر تناقص سعر الآلة الحاسبة بالمعدل نفسه ، فاستعمل استراتيجية البحث عن نمط في إيجاد سعر آلة حاسبة من النوع نفسه عام ١٤٤٥ هـ .

$$18 = 107 - 125$$

$$89 = 18 - 107$$

نستنتج من ذلك أن كل ٥ سنوات يقل سعر الآلة الحاسبة بمقدار ١٨ ريال إذن في عام

$$١٤٤٠ \text{ هـ يكون ثمن الآلة الحاسبة} = 71 = 18 - 89 \text{ ريال.}$$





## استراتيجية حل المسألة

فكرة الدرس: أحل المسائل باستعمال استراتيجية "حل مسألة أبسط".

٦-٢

### حل الاستراتيجية

٢ اشرح لماذا يُعد حل مسألة أبسط مفيداً للبراء.

يوجد مربعات كثيرة يمكن عداها داخل الشبكة.

٣ اكتب مسألة حياتية تحتاج في حلها إلى حل مسألة أبسط، ثم حل المسألة.

دفع أحمد ٦٥٦ ريال قيمة أيجار الفندق مضافا إليها ١٥% من سعر قيمة الإيجار كرسوم خدمة. كم رسوم الخدمة التي دفعها أحمد؟ مسألة أبسط ستكون أولاً بإيجاد ١٠% من ٦٥٦ وهي ٦٥.٦، ثم إيجاد ٥% من قيمة الإيجار والتي ستكون نصف ٦٥.٦ وتساوي  $32.8 = 98.4$ ، أي ١٠٠ ريال تقريباً.

استعمل استراتيجية "حل مسألة أبسط" لحل المسائل ٣-٦:

٢ نجارة: ثلاثة نجارين يصنع كل واحد منهم ثلاثة كراسي في ثلاثة أيام، فكم كرسيًا يمكن لـ ٧ نجارين أن يصنعوا في ٣٠ يومًا، إذا عملوا بالمعدل نفسه؟

افهم

٣ نجارين يصنع كل واحد ٣ كراسي في ٣ أيام.  
المطلوب إيجاد كم كرسي يصنع ٧ نجارين في ٣٠ يوم.

خطط

باستعمال خطة حل مسألة أبسط.

حل

نجار واحد = ٣ كراسي.

٧ نجارين = ؟

إن عدد الكراسي ل ٧ نجارين =  $3 \times 7 = 21$

٢١ كرسي = ٣ أيام

؟ = ٣٠ يوم.

عدد الكراسي في ٣٠ يوم =  $21 \times 30 \div 3 = 210$  كرسي.

تحقق

٢١٠ كرسي  $\div$  ٣٠ يوم = ٧ نجارين، إذن الإجابة صحيحة.





٤ **طاولات:** يوجد في مطعم مدرسة ١٥ طاولة مربعة الشكل، تم وضعها متراصة جانبياً لتكون طاولة واحدة طويلة لحفلة الصف، فإذا علمت أن طالباً واحداً فقط يمكنه أن يجلس على كل جانب من الطاولة المربعة، فما عدد الطلاب الذين يمكنهم الجلوس حول الطاولة الطويلة؟

افهم

يوجد ١٥ طاولة مربعة متراصة جانبياً.  
كل طالب يجلس على جانب واحد من الطاولة.  
المطلوب إيجاد كم طالب يجلس على الطاولة.

خطط

باستعمال خطة حل مسألة أبسط.

حل

عندما نتراص كل الطاولات جانباً وكل طاولة لها ٤ جوانب سوف يظهر لكل طاولة جانبان فقط ماعدا الطاولة الأخيرة من كل ناحية.  
بما أنه يوجد ١٥ طاولة - ٢ على الجوانب = ١٣ طاولة لكل منها جانبان فقط يظهران.  
إذن  $١٣ \times ٢ = ٢٦$  جانب.  
وبما أن كل جانب يجلس عليه طالب واحد.  
إذن يجلس ٢٦ طالب على ١٣ طاولة ويجلس ٣ طلاب على كل طاولة من الطاولتين على كل جانب.  
فيكون مجموع الطلاب  $٢٦ + ٣ + ٣ = ٣٢$  طالب.

تحقق

برسم شكل تخطيطي للطاولة وحساب عدد الطلاب عليها.

**مطويات:** تحتاج مدرسة إلى ٢٥٠ نسخة من مطوية إرشادية، فإذا كانت المطبعة تضعها في مغلفات تتسع الواحدة لـ ٣٠ أو ٨٠ نسخة، فما عدد المغلفات التي يجب أن تشتريها المدرسة من كل نوع؟

افهم

تحتاج مدرسة ٢٥٠ نسخة.

تضع المطبعة النسخ في مغلفات تتسع الواحدة لـ ٣٠ أو ٨٠ نسخة.

المطلوب إيجاد عدد المغلفات.

خطط

باستعمال خطة حل مسألة أبسط.

حل

٣ مغلفات من النوع الذي يتسع إلى ٣٠ نسخة فيكون الناتج = ٩٠.

٢ مغلف من النوع الذي يتسع إلى ٨٠ نسخة فيكون الناتج =  $٨٠ \times ٢ = ١٦٠$ .

٣ مغلفات ذي ٣٠ نسخة و ٢ مغلف ذي ٨٠ نسخة

تحقق

$١٦٠ + ٩٠ = ٢٥٠$  نسخة، إذن الإجابة صحيحة.

**٩ حرف:** يستعمل محمد منشارًا لقص أنبوب طويل إلى ٢٥ قطعة صغيرة، فكم مرة سيستعمل المنشار؟

افهم

يحتاج نجار لتقطيع أنبوب طويل إلى ٢٥ قطعة.

المطلوب إيجاد عدد المرات التي سيستعمل فيها النجار المنشار.

خطط

باستعمال خطة حل مسألة أبسط.

حل

يستخدم المنشار ٢٤ مرة للتقطيع لأنه سيبقى قطعة أخيرة بعد ٢٤

مرة وتكون القطعة ٢٥.

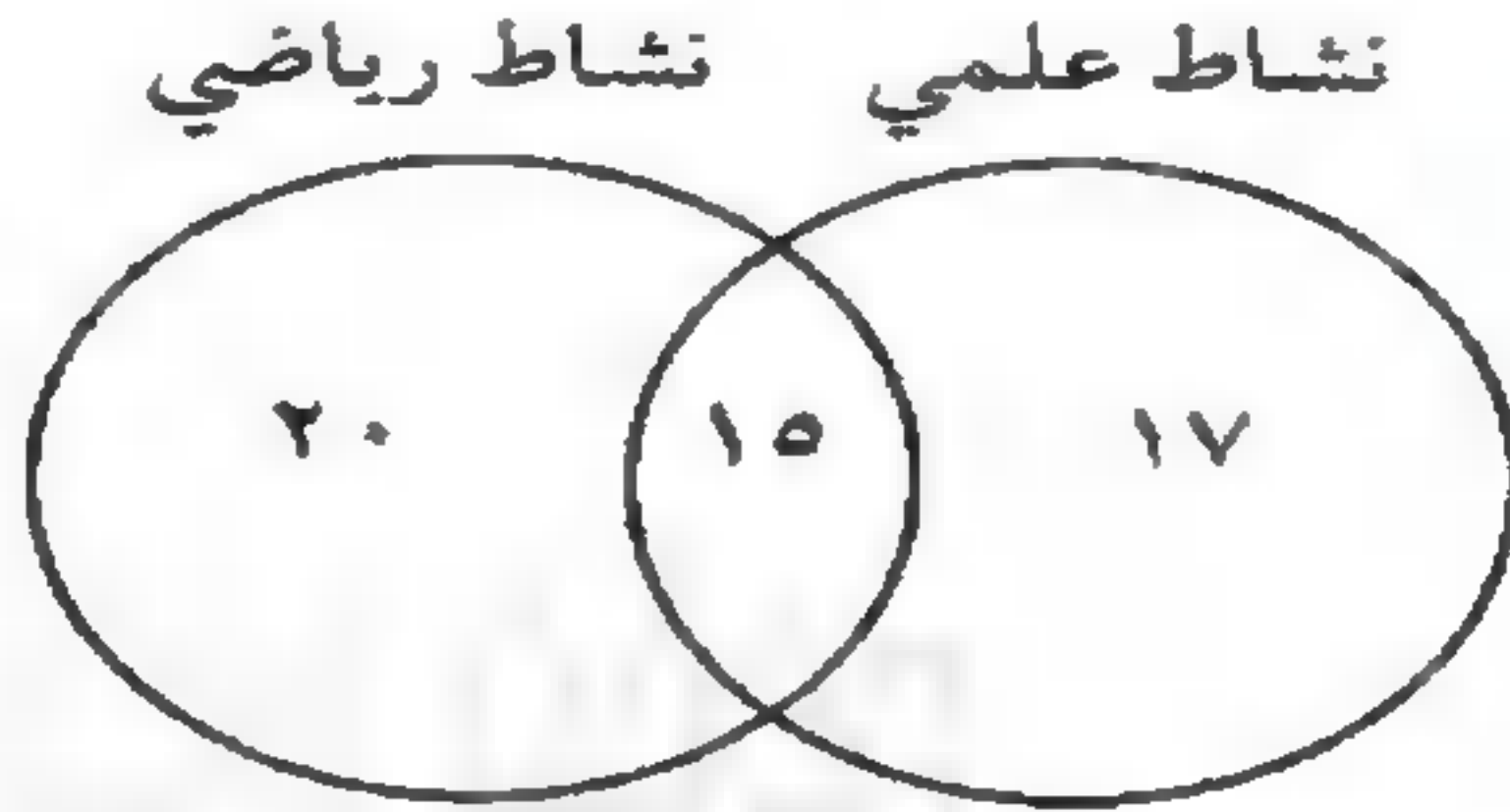
تحقق

تمثيل المسألة نتحقق من الإجابة.



**نشاط :** استعمل المعلومات الآتية في حل المسألتين ٧، ٨ :  
أراد ٣٥ طالبًا من الصف الثاني المتوسط الانضمام إلى  
النشاط الرياضي، و ٣٢ إلى النشاط العلمي، و ١٥ إلى  
النشاطين معًا.

٧ مثل المسألة باستعمال شكل فن.



٨ ما عدد طلاب الصف الذين اشتركوا في الأنشطة؟

عدد الطلاب =  $35 + 17 = 52$  طالبًا.

١ متطوعون: تطوع ٥ طلاب للاشتراك في عمل اجتماعي، حيث عمل كل طالب ٥ ساعات خلال خمسة أيام، فكم ساعة يتطوع بها ١١ طالبًا في ١٥ يومًا بحسب هذا المعدل؟

افهم

تطوع ٥ طلاب في عمل اجتماعي.

عمل كل طالب ٥ ساعات في ٥ أيام.

المطلوب إيجاد كم ساعة يتطوع بها ١١ طالب في ١٥ يوم.

خطط

باستعمال خطة حل مسألة أبسط.

حل

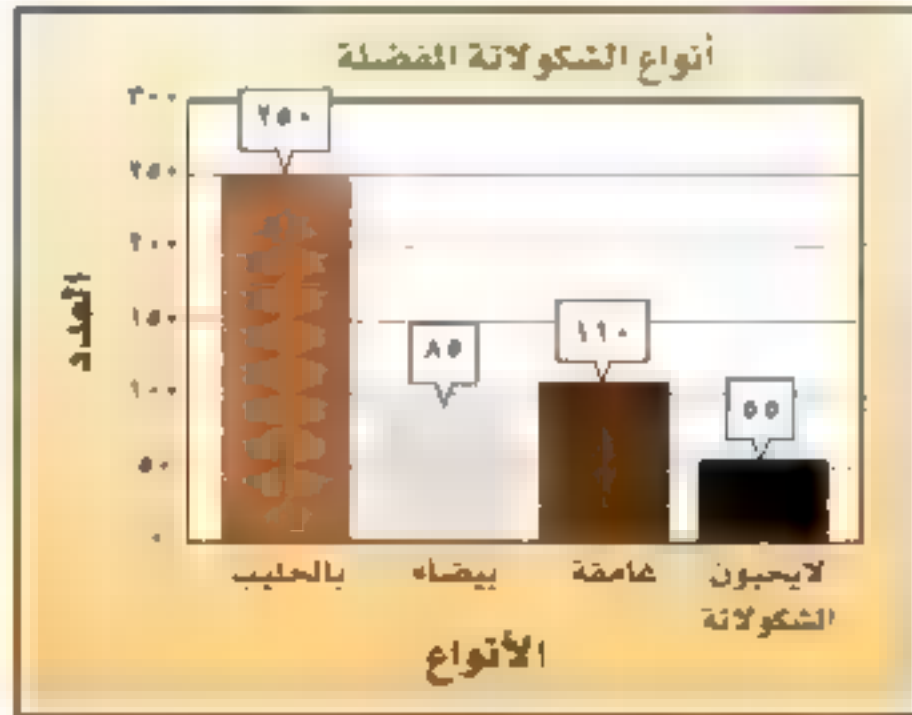
١١ طالب يعمل ١١ ساعة في ١١ يوم.

١٥ يوم = ؟ ساعة

إن عدد الساعة خلال ١٥ يوم =  $11 \times 15 = 165$  ساعة.

تحقق

$165 \div 11 = 15$  يوم، إذن الإجابة صحيحة.



٢٠ تحليل الرسوم: يظهر الشكل الآتي مسحًا لنوعية الشكولاتة التي يفضلها الطلاب. ما نسبة الطلاب الذين يفضلون الشكولاتة الغامقة؟

افهم

٢٥٠ طالب يفضل الشيكولاته بالحليب.

٨٥ طالب يفضل الشيكولاته البيضاء.

١١٠ طالب يفضل الشيكولاته الغامقة.

٥٥ لا يحبون الشيكولاته.

خطط

باستعمال خطة حل مسألة أبسط.

حل

١١٠ طالب يفضل الشيكولاته الغامقة من بين ٥٠٠ طالب.

إن النسبة =  $(110 \div 500) \times 100 = 22\%$ .



٢١ **فطائر:** ما أكبر عدد من القطع ينتج عن استعمال خمس تقطيعات مستقيمة في الفطيرة؟



٤ تقطيعات



٣ تقطيعات

افهم

٣ تقطيعات = ٧

٤ تقطيعات = ١١

المطلوب إيجاد أكبر عدد من القطع ينتج عن استعمال خمسة تقطيعات مستقيمة في الفطيرة.

خطط

باستعمال خطة حل مسألة أبسط.

حل

٣ تقطيعات = ٧

٤ تقطيعات = ١١

إذن ٥ تقطيعات = ١٥

تحقق

ارسم وعد القطع.

**١٢ خضار:** يبين الجدول أدناه أسعار الكيلو جرام الواحد من بعض أصناف الخضار، فهل يكفي ٤٠ ريالاً ليشتري عبدالله ٤ كجم من الطماطم، و كيلو جراماً واحداً من الجزر، و ٨ كجم من البصل؟

الصنف	السعر (ريال)
طماطم	٦,٥
بصل	١,٥
جزر	٣,٧٥

افهم

مع عبد الله ٤٠ ريال ويريد أن يشتري ٤ كجم طماطم، كجم جزر، ٨ كجم بصل. والأسعار كما المبين بالشكل.

الصنف	السعر (بالريال)
طماطم	٦,٥
بصل	١,٥
جزر	٣,٧٥

المطلوب معرفة هل سيكفي المبلغ للشراء أم لا.

خطط

باستعمال خطة حل مسألة أبسط.

حل

٤ كيلو طماطم =  $٦,٥ \times ٤ = ٢٦$  ريال.

كيلو من الجزر =  $٣,٧٥$  ريال.

٨ كيلو من البصل =  $١,٥ \times ٨ = ١٢$  ريال.

إن المجموع =  $١٠,٧٥$  ريال.

وهو يملك ٤٠ ريال فقط.

إن المبلغ لا يكفي.



**١٣ هواتف:** تتقاضى إحدى شركات الهاتف الجوال ٣٠ ريالاً قيمة الاشتراك الشهري، بالإضافة إلى ٠,٢٥ ريال عن كل دقيقة، فإذا كانت قيمة فاتورة هاتف مهند الشهرية ١٢٠ ريالاً، فكم دقيقة بلغت مكالماته؟

افهم

قيمة فاتورة مهند الشهرية = ١٢٠ ريال.

يدفع قيمة اشتراك ٣٠ ريال.

يدفع عن كل دقيقة ٠,٢٥ ريال.

خطط

باستعمال خطة حل مسألة أبسط.

حل

١٢٠ ريال - ٣٠ ريال قيمة الاشتراك = ٩٠ ريال.

٩٠ ريال ÷ ٠,٢٥ عن كل دقيقة = ٣٦٠ دقيقة.

تحقق

٩٠ = ٠,٢٥ × ٣٦٠ ريال.

٩٠ + ٣٠ قيمة الاشتراك = ١٢٠ ريال، إذن الإجابة صحيحة.



## الأشكال الثلاثية الأبعاد استعداً

٦ - ٣

**عمارة:** الأشكال المستوية لها بُعدان فقط (طول وعرض) أما المجسمات أو الأشكال الثلاثية الأبعاد كمنارة المسجد فلها ثلاثة أبعاد: طول وعرض وارتفاع.

١ سَمِّ الأشكال المستوية التي تكوّن جوانب المنارة.

### مثلثات ومستطيلات وأشباه منحرف.

٢ إذا نظرت إلى المنارة من الأعلى فما الشكل الذي تراه؟

**مربع.**

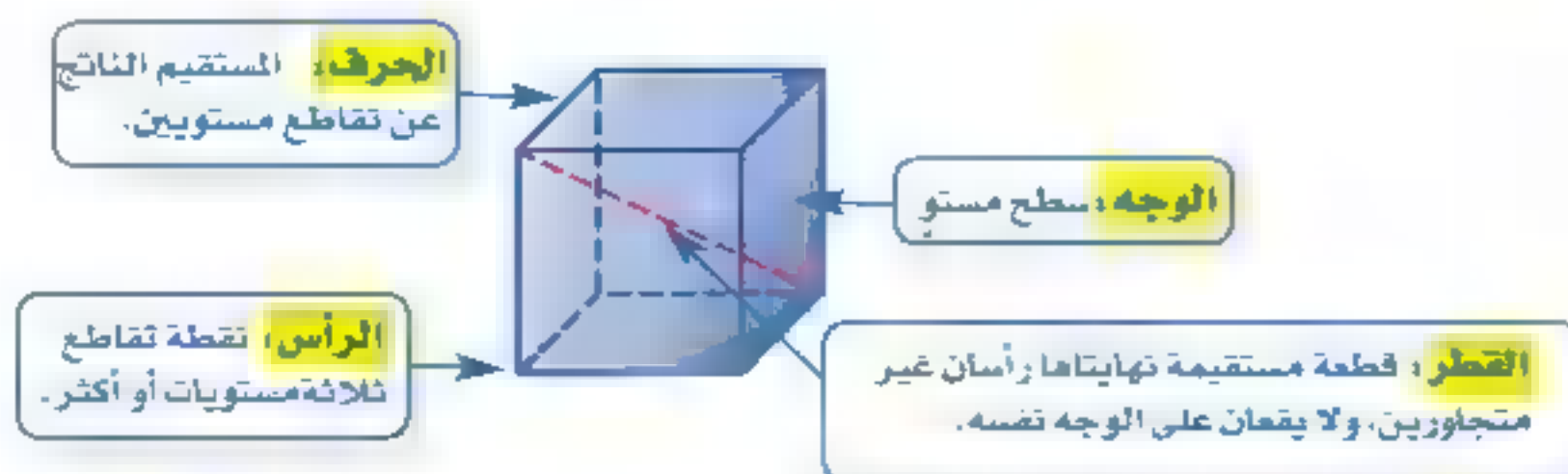
٣ ما العلاقة بين الأشكال المستوية والمجسمات؟

### أوجه المجسمات أشكال مستوية.



ويمكن أن تكوّن المستويات المتقاطعة أيضًا شكلًا ثلاثي الأبعاد أو مجسمًا.

**ومتعدد السطوح** مجسم له سطوح مستوية عبارة عن مضلعات، ومن المفردات المتعلقة بالمجسمات: الحرف، والوجه، والرأس، والقطر.



#### فكرة الدرس:

أخذ الأشكال الثلاثية الأبعاد، وأرسمها.

#### المفردات

يقعان في المستوى نفسه

المستقيمان المتوازيان

المتعدد السطوح

الحرف

الرأس

الوجه

القطر

المستقيمان المتخالفان

المنشور

القاعدة

الهرم



تحقق من فهمك

أ) مستعملًا الشكل أعلاه، حدّد تقاطع المستويين أ ب ج، ج د ي.

التقاطع هو ج د.

تحقق من فهمك

حدّد اسم كل مجسم ممّا يأتي، وبيّن عدد أوجهه وشكلها، ثم اذكر عدد أحرفه ورؤوسه:



ب)

منشور رباعي: ٦ أوجه جميعها مستطيلات، ١٢ حرفًا، ٨ رؤوس.



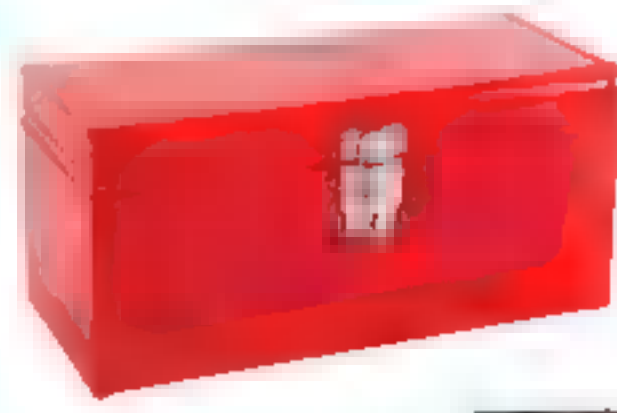
ج)

هرم ثلاثي: ٤ أوجه جميعها مثلثات، ٦ أحرف، ٤ رؤوس.



د)

منشور سداسي: ٨ أوجه اثنان منها سداسيان، و ٦ متوازيات أضلاع، ١٨ حرف و ١٢ رأسًا.



**تحقق من فهمك،**

**هـ) صندوق:** ارسم كلاً من المنظر العلوي والأمامي والجانبى للصندوق في الصورة المجاورة.



المنظر الجانبي



المنظر الأمامي



المنظر العلوي

**مؤكد**



استعمل الشكل المجاور لتحديد كلاً مما يأتي:

١) مستويين متوازيين.

**مستويان متوازيان: أ ب ج، ي ز و.**

٢) مستقيمين متخالفين.

**مستقيمان متخالفان: ج د، هـ ي.**

٣) نقطتين تشكّان قطراً عند الوصل بينهما.

**نقطتان تشكّان قطراً: ي، ج.**

٤) مستويين متقاطعين.

**مستويان متقاطعان: ب ج و، أ ب ج.**



حدّد اسم كل مجسم ممّا يأتي، وبيّن عدد أوجهه وشكلها، ثم اذكر عدد أحرفه ورؤوسه:



٥

منشور رباعي: ٦ أوجه جميعها مستطيلات، ١٢ حرف، ٨ رؤوس.



٦

منشور ثلاثي: ٥ أوجه، ٢ مثلثات، ٣ مستطيلات، ٩ أحرف، ٦ رؤوس.



٧

هرم رباعي: ٥ أوجه، مستطيل، ٤ مثلثات، ٨ أحرف، ٥ رؤوس.



٨ حوض أسماك: ارسم كلّاً من المنظر العلوي والأمامي والجانبّي لحوض الأسماك المجاور.



المنظر الجانبي



المنظر الأمامي



المنظر العلوي

تدريب وحل المسائل

استعمل الشكل المجاور لتحديد كلاً مما يأتي:

٩. مستويين متوازيين.

مستويان متوازيان: ن ف ق، س ل ع.

١٠. مستقيمين متخالفين.

مستقيمان متخالفان: ن ف، ل ع.

١١. نقطتين تشكّان قطراً عند الوصل بينهما.

نقطتان تشكّلا قطراً: ق، ع.

١٢. مستويين متقاطعين.

مستويان متقاطعان: ف ق س، ن ف ق.

حدّد اسم كل مجسم ممّا يأتي، وبيّن عدد أوجهه وشكلها، ثم اذكر عدد أحرفه ورؤوسه:



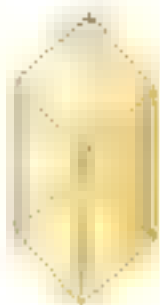
١٤

هرم سداسي: ٧ أوجه، مضلع سداسي و ٦ مثلثات، ١٢ حرف، ٧ رؤوس.



١٣

هرم ثلاثي: ٤ أوجه جميعها مثلثات و ٦ أحرف و ٤ رؤوس.



١٦

منشور رباعي: ٦ أوجه جميعها مستطيلات، ١٢ حرف، ٨ رؤوس.



١٥

منشور ثلاثي: ٥ أوجه مثلثات و ٣ مستطيلات، ٩ أحرف، ٦ رؤوس.



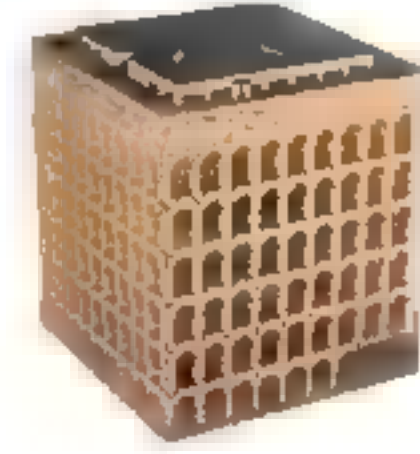
١٧ **بنايات:** ارسم كلاً من المنظر العلوي والأمامي والجانبى للبنية في الصورة أدناه.



المنظر الأمامي والجانبى



المنظر العلوي



١٨ **خزانة:** تمثل الصورة أدناه خزانة خشبية لحفظ الملفات. ارسم كلاً من المنظر العلوي والأمامي والجانبى للخزانة.



المنظر الأمامي والجانبى



المنظر العلوي



١٩ قرر ما إذا كان التخمين الآتي صحيحاً أو خاطئاً، واذكر مثلاً مضاداً إذا كان خطأ: "يمكن لمستويين في الفضاء أن يتقاطعا في نقطة".

**خطأ: فالمستويين يتقاطعان في مستقيم مكون من عدد لا نهائي من النقاط.**

٢٠ **مسألة مفتوحة:** اختر مجسماً من واقع الحياة مثل كرسي أو طاولة، وارسم كلاً من المنظر العلوي والأمامي والجانبى له.

مسائل  
مهارات التفكير العليا



المنظر الجانبي



المنظر الأمامي



المنظر العلوي

تحدّد: حدّد ما إذا كانت العبارات الآتية صحيحة دائماً أو أحياناً أو غير صحيحة أبداً:

٢١ المنشور قاعدتان و ٤ جوانب.

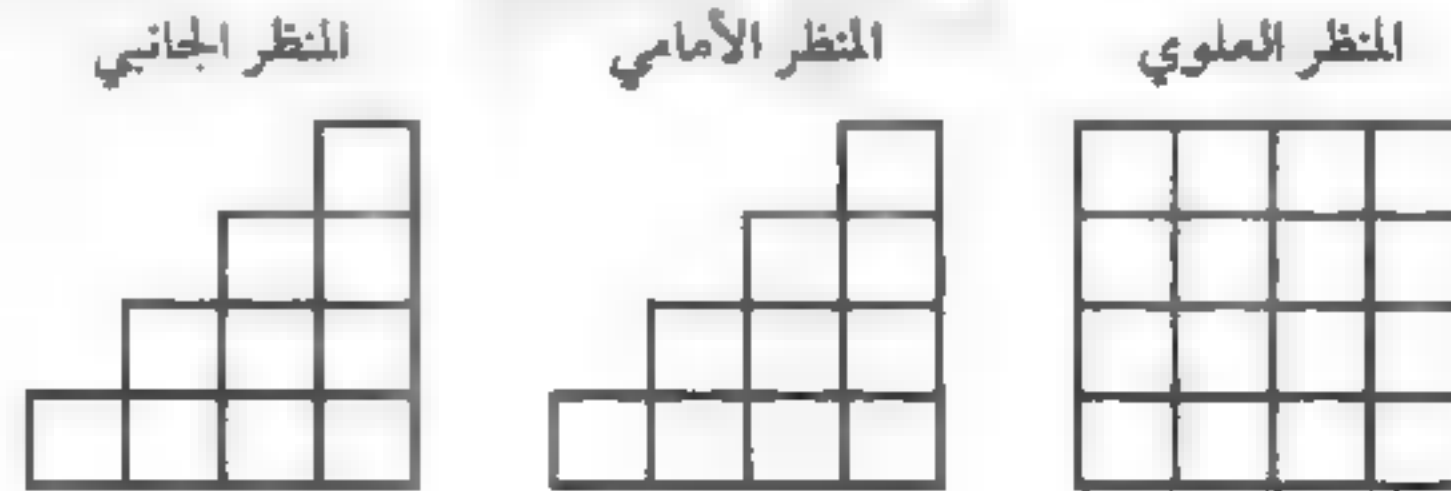
**أحياناً: المنشور الرباعي له قاعدتان و ٤ جوانب لكن المنشور الثلاثي له قاعدتان وثلاث جوانب.**

٢٢ يوجد للهرم جوانب متوازية.

**أبدأ: تتقاطع أوجه الهرم جميعها ما عدا القاعدة في نقطة الرأس.**

**الكتب:** وضح لماذا لا يعطي (أحياناً) المنظر العلوي والأمامي والجانبى لمجسم معلومات كافية لرسم الشكل؟ واذكر مثلاً يؤكد ذلك.

لا يعطي أحياناً المنظر العلوي والأمامي والجانبى لمجسم معلومات كافية لرسم الشكل؛ لأنه من الممكن رسم أشكال متعددة للمنظر العلوي والأمامي والجانبى نفسه. والمثال الآتي يوضح ذلك:



المناظر أعلاه يمكن أن تكون للأشكال المختلفة الآتية:

٤	٣	٢	١
٣	٣	٢	١
٢	٢	٢	١
١	١	١	١

٤	٣	٢	١
٣	٢	٢	١
٢	٢	٢	١
١	١	١	١

٤	٣	٢	١
٣	١	١	١
٢	١	١	١
١	١	١	١



٢٤ استقبلت العنود هدية داخل صندوق كما في الشكل:



أي الأشكال أدناه يمثل المنظر العلوي للصندوق؟



٢٥ أي الأشكال التالية يمثل المنظر الجانبي للمجسم أدناه؟



(ج)



(د)



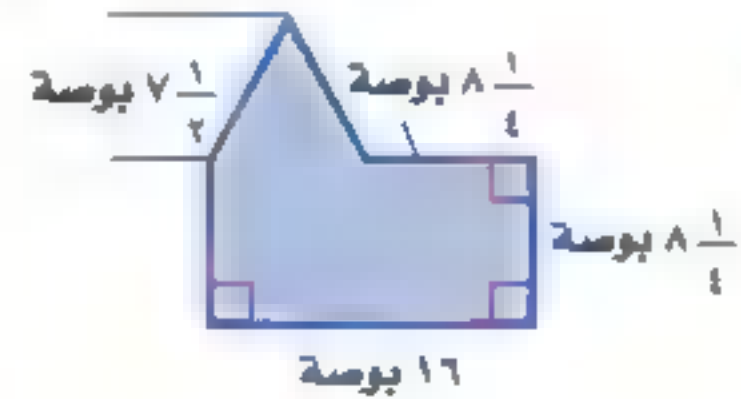
(ج)



(د)

## مراجعة تراكمية

أوجد مساحة كل شكل مما يأتي ، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر : (الدرس ٦ - ١)



$$\text{مساحة المستطيل} = 16 \times 8\frac{1}{4} = 132$$

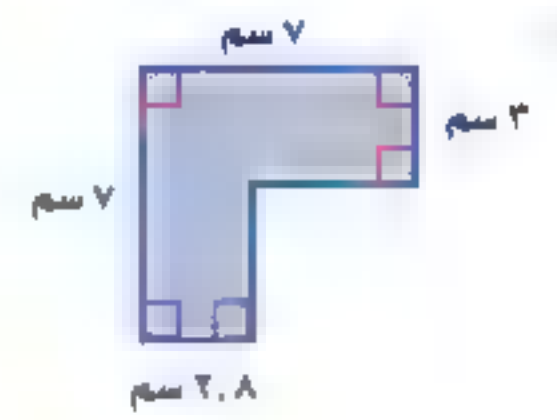
$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times \text{طول القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times 16 \times 7\frac{1}{2} = 29,1$$

$$\text{مساحة الشكل} = \text{مساحة المستطيل} + \text{مساحة المثلث}$$

$$\text{مساحة الشكل} = 132 + 29,1 = 161,1 \text{ سم}^2$$

أوجد مساحة كل شكل مما يأتي ، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر : (الدرس ٦ - ١)



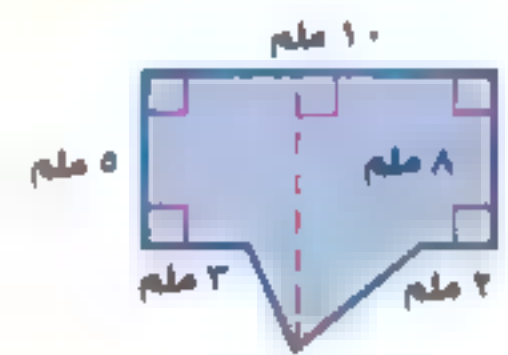
مساحة المستطيل = الطول × العرض

$$= 7 \times 3 = 21 \text{ سم}^2$$

مساحة المستطيل = الطول × العرض

$$= 4 \times 2,8 = 11,2 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة الشكل} = 21 + 11,2 = 32,2 \text{ سم}^2$$



$$\text{مساحة المستطيل} = 10 \times 5 = 50 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times \text{طول القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 = 7,5 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة الشكل} = \text{مساحة المستطيل} + \text{مساحة المثلث}$$

$$\text{مساحة الشكل} = 50 + 7,5 = 57,5 \text{ سم}^2$$

٢٩ نماذج: لدى محمد ١٠٠ مكعب صغير ، استعمل استراتيجيه حل مسألة أبسط؛ لتحديد أبعاد أكبر مكعب يمكن إنشاؤه باستعمال المكعبات الصغيرة. (الدرس ٦ - ٢)

$$\text{الأبعاد} = 4 \times 4 \times 4 = 64$$

أي ممكن يستخدم 64 مكعب.



## الاستعداد للدرس اللاحق

**مهارة سابقة :** أوجد مساحة كل من المثلثات الآتية:

٣٠ طول القاعدة : ٣ بوصات، الارتفاع : ١٠ بوصات.

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times \text{طول القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6 \text{ بوصات}$$

٣١ طول القاعدة : ٨ أقدام، الارتفاع : ٧ أقدام.

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times \text{طول القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times 8 \times 7 = 28 \text{ أقدام}$$

٣٢ طول القاعدة : ٥ سم، الارتفاع : ١١ سم.

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times \text{طول القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times 5 \times 11 = 27,5 \text{ سم}^2$$



# حجم المنشور والأسطوانة

٤ - ٦

## نشاط



حجم المنشور الرباعي المجاور يساوي ١٢ وحدة مكعبة.

كوّن ثلاثة أشكال للمنشور الرباعي حجم كل منها ١٢ وحدة مكعبة.

انسخ الجدول الآتي وأكمّله:

المنشور	الطول (وحدة)	العرض (وحدة)	الارتفاع (وحدة)	مساحة القاعدة (وحدة مربعة)
أ	٤	١	٣	٤
ب				
ج				
د				

١ صف العلاقة بين حجم المنشور (ح) وأبعاده الثلاثة: الطول (ل)، والعرض (ض)، والارتفاع (ع).

حجم المنشور يساوي حاصل ضرب الأبعاد الثلاثة.

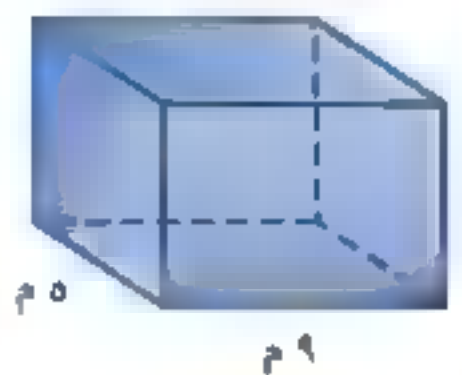
٢ صف العلاقة بين مساحة القاعدة (م) والارتفاع (ع) من جهة، وحجم المنشور (ح) من جهة أخرى.

حجم المنشور يساوي مساحة القاعدة × الارتفاع.

## إيجاد حجم المنشور

## مثال

أوجد حجم المنشور الرباعي المجاور.



$$\begin{aligned}
 & \text{حجم المنشور} \\
 & \text{ح} = \text{ع} \times \text{ل} \times \text{ض} \\
 & \text{ح} = 6.5 \times 9 \times 5 \\
 & \text{ح} = 292.5 \text{ م}^3 \\
 & \text{فيكون حجم المنشور } 292.5 \text{ م}^3
 \end{aligned}$$

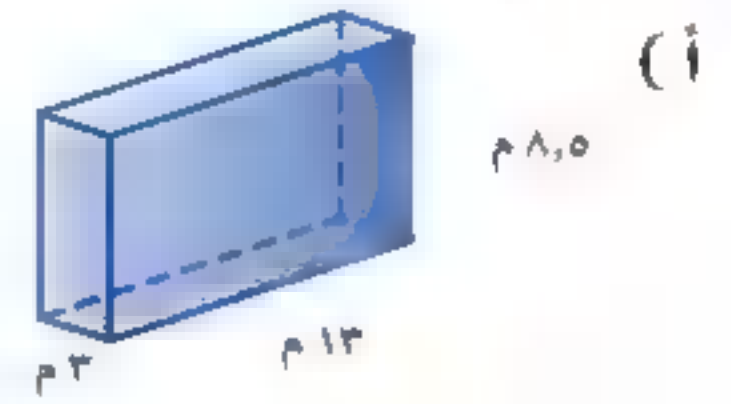


تحقق من فهمك، أوجد حجم كل منشور مما يأتي:

$$ح = م = ع = ١٣ \times ٣ \times ٨.٥ = ٣٣١.٥ م^٣$$

$$م تمثل مساحة المستطيل = ١٣ \times ٣$$

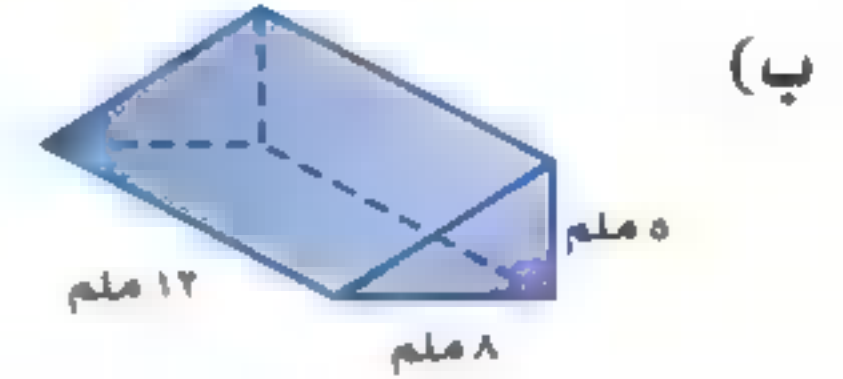
$$الارتفاع = ٨.٥$$



$$ح = م = ع$$

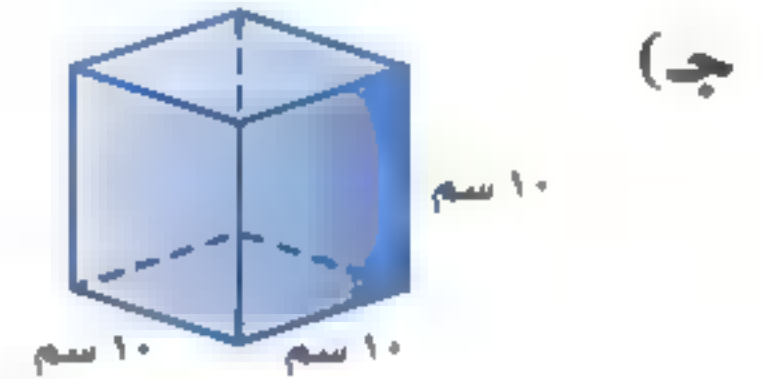
$$م تمثل مساحة المثلث = \frac{1}{2} \times ٨ \times ٥ = ٢٠ ملم$$

$$إذن ح = ١٢ \times ٢٠ = ٢٤٠ ملم^٣$$



$$ح = م = ع = ١٠ \times ١٠ \times ١٠ = ١٠٠٠ سم^٣$$

$$م تمثل مساحة المستطيل$$



تحقق من فهمك،

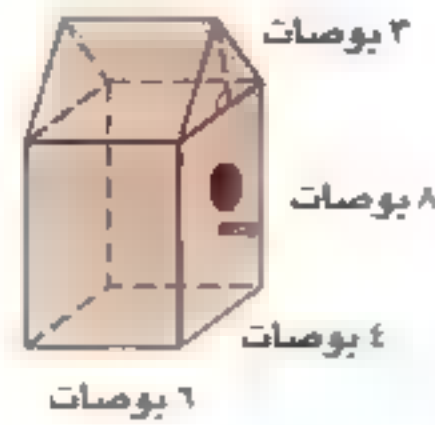
أوجد حجم كلٍّ من الأسطوانات الآتية، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:  
(د) نصف القطر ٢ م، والارتفاع ٧ م.

$$ح = م = ع \quad \text{حيث } م = \text{ط} \times \text{نق}^٢, \text{ط} = ٣.١٤$$

$$ح = ٧ \times ٤ \times ٣.١٤ = ٨٧.٩٢ م^٣$$

(هـ) القطر ١٨ سم، والارتفاع ٥ سم.

$$ح = ٥ \times ٨١ \times ٣.١٤ = ١٢٧١.٧ سم^٣ \quad \text{حيث نق} = ٩$$



**تحقق من فهمك**

و) طيور: صمّم نجار قفصًا للطيور الصغيرة كما في الشكل المجاور، أوجد حجم القفص.

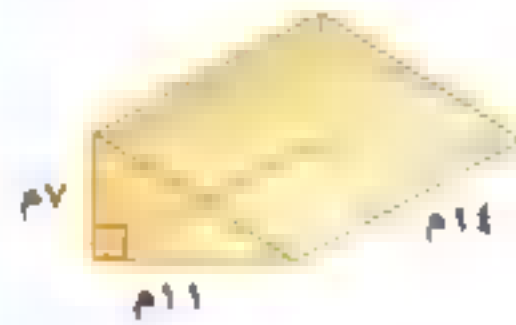
حجم المنشور الرباعي =  $8 \times 6 \times 4 = 192$ .

حجم المنشور الثلاثي =  $6 \times 3 \times 4 \times \frac{1}{2} = 36$ .

إذن حجم القفص =  $192 + 36 = 228$  بوصة مكعبة.

**تأكد**

أوجد حجم كل منشور ممّا يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر:

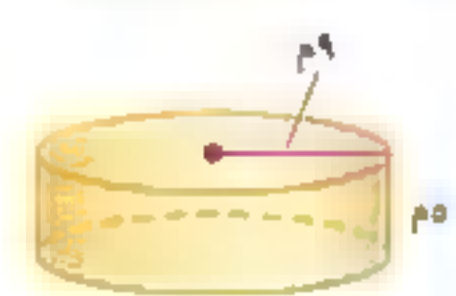


الحجم =  $6 \times 2 \times 3 = 36$  م<sup>٣</sup>

= 36 قدم مكعب.

الحجم =  $14 \times (7 \times 11) \times \frac{1}{2} = 539$  م<sup>٣</sup>

أوجد حجم كل أسطوانة ممّا يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر:



الحجم =  $3.14 \times 2.5^2 \times 40 = 1963.5$  سم<sup>٣</sup>

= 1963.5 سم<sup>٣</sup> حيث نق = 12.5.

الحجم =  $3.14 \times 5^2 \times 81 = 1272.3$  م<sup>٣</sup>

= 1272.3 م<sup>٣</sup>



٥) ألعاب: أهدي بيت الدمية المجاور لأخت منال الصغرى. فما حجمه؟

حجم البيت = حجم المنشور الرباعي + حجم المنشور الثلاثي

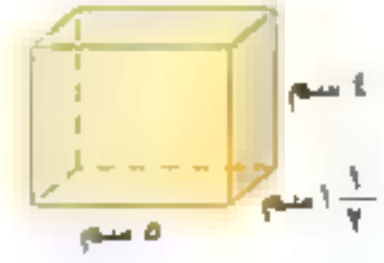
=  $10200 + 4090 = 14290$  م<sup>٣</sup>

أوجد حجم كل مجسم مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر:



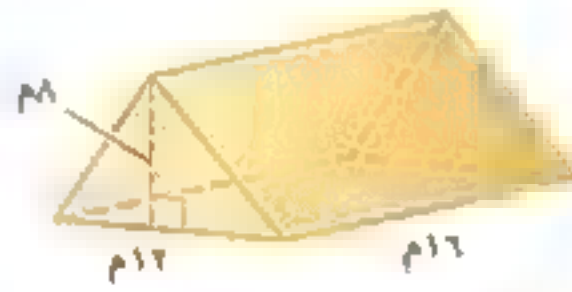
٧

$$ح = 6 \times 6 \times 6 = 216 \text{ ملم}^3$$



٦

$$ح = 5 \times 4 \times 1.5 = 30 \text{ سم}^3$$



٩

$$ح = \frac{1}{2} \times 12 \times 8 \times 16$$

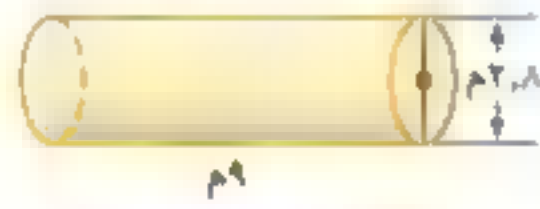
$$= 768 \text{ م}^3$$



٨

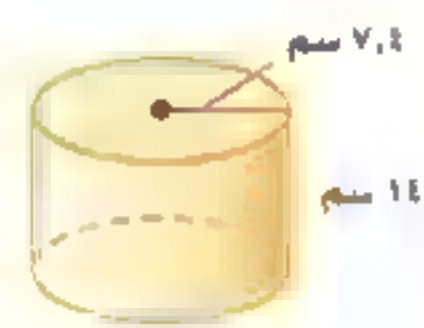
$$ح = \frac{1}{2} \times 7 \times 10 \times 15$$

$$= 525 \text{ قدم مكعب}$$



١١

$$ح = 3.14 \times 1.4^2 \times 9 = 55.4 \text{ م}^3$$



١٠

$$ح = 3.14 \times 7.4^2 \times 14$$

$$= 240.8 \text{ سم}^3$$

١٢ منشور رباعي: طوله ٤ سم، وعرضه ٦ سم، وارتفاعه ١٧ سم.

$$ح = 4 \times 6 \times 17 = 408 \text{ سم}^3$$

١٣ منشور ثلاثي: ارتفاعه  $8\frac{1}{4}$  م، وقاعدته مثلثة الشكل ارتفاعها ١٤ م، وطول قاعدتها ٥ م.

$$ح = \frac{1}{2} \times 5 \times 14 \times 8.25 = 297.5 \text{ م}^3$$

١٤ أسطوانة: نصف قطر قاعدتها ٢٥ ملم، وارتفاعها ٢٠ ملم.

$$ح = 3.14 \times 25^2 \times 20 = 392696.9 \text{ ملم}^3$$

١٥ أسطوانة: قطر قاعدتها ٢، ٧ بوصات، وارتفاعها ٨، ٥ بوصات.

$$ح = 3.14 \times 3.6 \times 5.8 = 236.1 \text{ بوصة}^3$$



حجم المنشور الرباعي =  $9 \times 15 \times 7 = 945$ .

حجم نصف الأسطوانة =  $\frac{1}{2} (15 \times 3.14 \times 3.5)$

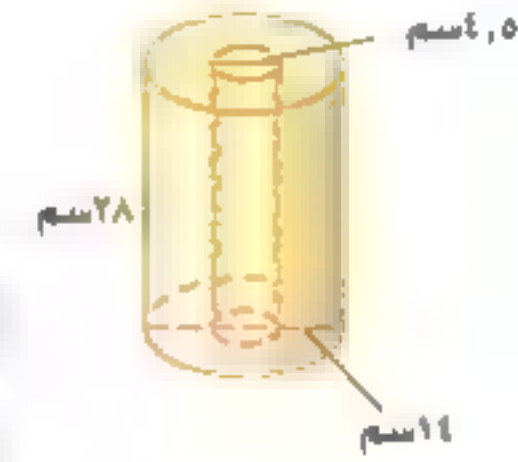
=  $288.4$  بوصة مكعب.

إن حجم الصندوق =  $1233.4$  بوصة مكعبة.

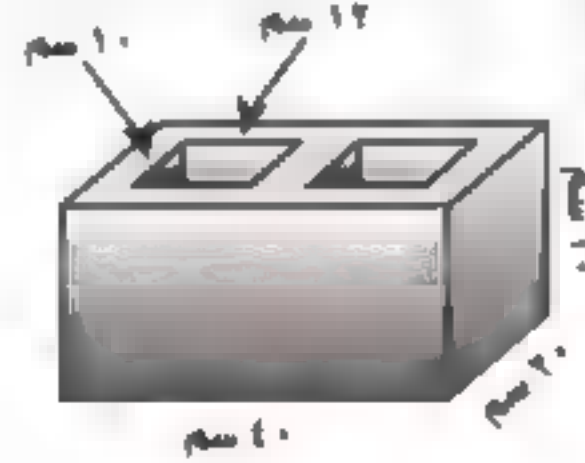
١٦ صندوق: أوجد حجم صندوق المجوهرات الموضح أدناه؟



١٧ مناشف: بين الشكل أدناه أبعاده لفة مناشف ورقية جديدة. فما حجمها؟



ح =  $3865$  سم<sup>٣</sup>.



١٨ بناء: طوب بناء خرساني على شكل منشور رباعي فيه ثقبان متساويان كما في الشكل المجاور، ما حجم مادة الخرسانة في طوب البناء؟

حجم المنشور = مساحة القاعدة  $\times$  الارتفاع

القاعدة مستطيل لذلك م = الطول  $\times$  العرض

$800 = 40 \times 20 =$

حجم المنشور =  $20 \times 800 = 16000$  سم<sup>٣</sup>

حجم الثقبان =  $(20 \times 10 \times 12)^2 = 4800$  سم<sup>٣</sup>

الحجم المطلوب =  $16000 - 4800 = 11200$  سم<sup>٣</sup>

٢٩ أوجد ارتفاع منشور رباعي طوله ٨,٦ م، وعرضه ١,٥ م، وحجمه ٩١,٨ م<sup>٣</sup>.

$$\text{ارتفاع المنشور} = \frac{\text{الحجم}}{\text{المحيط}} = ٩١.٨ \div (١.٥ \times ٦.٨) = ٩ \text{ م.}$$

٢٠ أوجد ارتفاع أسطوانة طول نصف قطرها ٤ سم، وحجمها ٣٠١,٦ سم<sup>٣</sup>.

$$\text{ارتفاع الأسطوانة} = ٣٠١.٦ \div (٤ \times ٢ \times ٣.١٤) = ٦ \text{ سم.}$$

٢١ تجارة: اشترى تاجر كمية من السمسم حجمها ٢٥٠٠ بوصة مكعبة، ثم وزّعها في

علب أبعادها ٨ × ٦ × ٢ بوصات، فإذا باع ٢٠ علبة منها، فكم يبقى من كمية السمسم؟

**حجم السمسم ٢٥٠٠ بوصة مكعبة،**

$$\text{وزعت على علب حجمها } ٨ \times ٦ \times ٢ = ٩٦ \text{ بوصة مكعبة.}$$

$$\text{باع } ٢٠ \text{ علبة وحجم العلبة } ٩٦، \text{ إذن } ٩٦ \times ٢٠ = ١٩٢٠.$$

$$٢٥٠٠ - ١٩٢٠ = ٥٨٠ \text{ بوصة مكعبة بقيت من السمسم.}$$



٢٢ **تفليظ:** يبين الشكل المجاور علبة كرتونية، إذا قررت

الشركة المصنعة استعمال تصميم جديد للعلبة بالحجم والارتفاع نفسه، ولكن بشكل أسطواني، فما طول قطر قاعدة الشكل الجديد الذي يمكن استعماله؟

$$\text{الحجم} = ٨ \times ٣ \times ٩ = ٢١٦.$$

**حجم الشكل الأسطواني = ط × نق' ع.**

$$\text{نق' ع} = \frac{\text{ح}}{\text{ط} \times \text{ع}} = \frac{٢١٦}{٩ \times ٣.١٤} = ٧.٦.$$

$$\text{نق' ع} = ٢.٧.$$

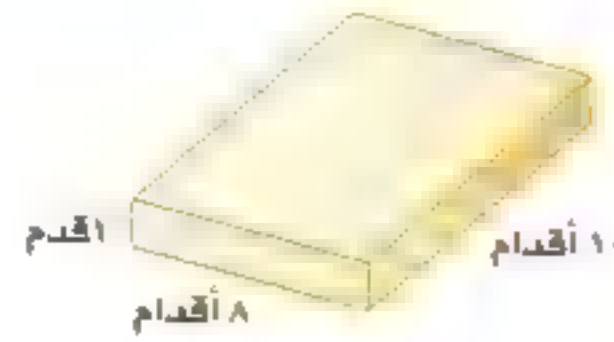
$$\text{القطر} = ٥.٦ \text{ بوصة.}$$

٢٣ **برك:** قرر أحمد حفر بركة سباحة لأطفاله بطول ٢٠ قدمًا، وعرض ١١ قدمًا،

وعمق ٢,٥ قدم، وسينقل التراب الناتج عن الحفر بعربة تتسع لـ ٩ أقدام مكعبة من التراب، فكم مرة تستعمل العربة لنقل التراب من الموقع؟

$$\text{حجم البركة} = ٢٠ \times ١١ \times ٢.٥ = ٥٥٠ \text{ قدم.}$$

$$\text{العربة تتسع لـ } ٩ \text{ أقدام، إذن عدد مرات النقل} = ٥٥٠ \div ٩ = ٦٢ \text{ مرة تقريبًا.}$$

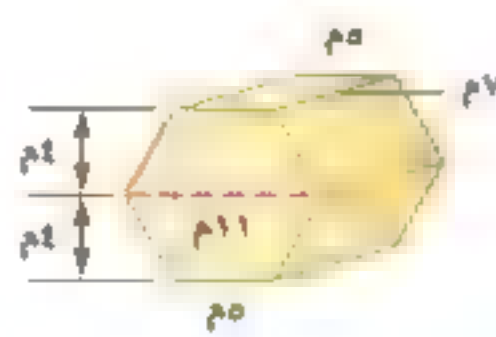


**٢٤ حقائق:** يعمل إبراهيم حوضًا لزراعة الخضراوات بالقياسات الميينة. واستعمل لذلك أكياس تراب سعة الواحد منها ٥, ٠ ياردة مكعبة، فكم كيسًا يحتاجها لملء الحوض؟  
(إرشاد: ١ ياردة مكعبة =  $3 \times 3 \times 3 = 27$  قدمًا مكعبة)

**حجم الحوض =  $1 \times 10 \times 8 = 80$ .**

**حجم الكيس = ٥, ٠ ياردة =  $27 \times 0.5 = 13.5$  قدم.**

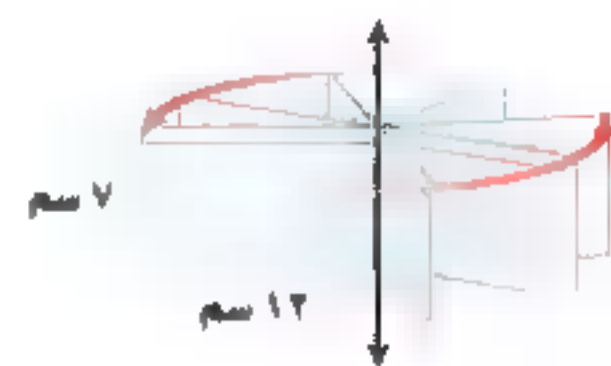
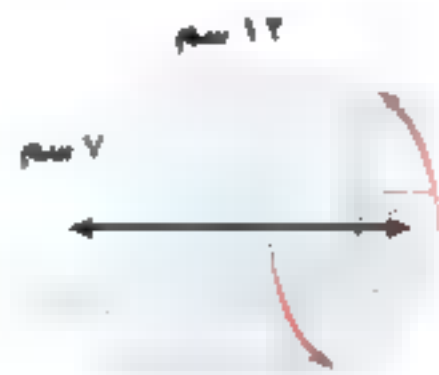
**إن يحتاج لملئ الحوض  $80 \div 13.5 = 6$  أكياس.**



**٢٥ هندسة:** اشرح كيف يمكنك إيجاد حجم المنشور السداسي المجاور، ثم أوجد حجمه.

**حجم المنشور = مساحة القاعدة  $\times$  الارتفاع =  $64 \times 7 = 448$  م³**

**٢٦ افترض أن لديك بطاقة ملاحظات مستطيلة الشكل بُعدها ٢١ سم  $\times$  ٧ سم، إذا دوّرت البطاقة حول ضلعها الأطول، ثم حول ضلعها الأقصر كما في الشكل أدناه، فكونت أسطوانتين مختلفتين. أيّ الأسطوانتين حجمها أكبر؟ فسر إجابتك.**



**حجم الأسطوانة = مساحة القاعدة  $\times$  الارتفاع**

**حجم الأسطوانة (١) =  $12 \times 7^2 \times \pi = 1847,25$**

**حجم الأسطوانة (٢) =  $7 \times 12^2 \times \pi = 3166,72$**

**حجم الأسطوانة (٢) التي نصف قطرها ١٢ هي الأكبر**



تحدد: للأسئلة (٢٧-٣٠) صف كيف يتأثر حجم كل مجسم مما يأتي بعد إجراء التغيير المذكور في أبعاده.

مسائل  
مهارات التفكير العليا

٢٧ مضاعفة أحد أبعاد المنشور المستطيلي.

٢ م ع = مثلي الحجم.

٢٨ مضاعفة بُعدين من أبعاد المنشور المستطيلي.

٢ × ٢ م ع = ٤ أمثال الحجم الأصلي.

٢٩ مضاعفة جميع أبعاد المنشور المستطيلي.

٢ × ٢ × ٢ م ع = ٨ أمثال الحجم الأصلي.

٣٠ مضاعفة نصف قطر قاعدة الأسطوانة.

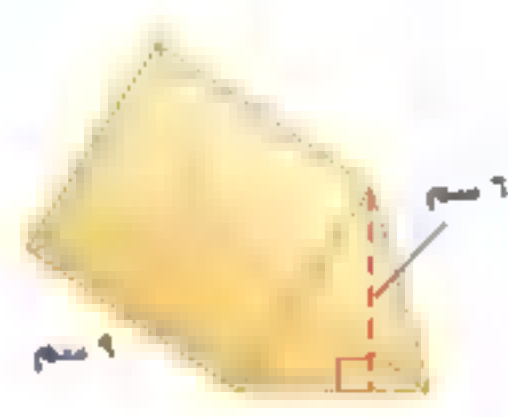
٤ أمثال الحجم الأصلي.

٣١ مسألة مفتوحة : اختر مجسمًا أسطوانيًا، ثم أوجد حجمه، وتحقق من استعمال وحدات مناسبة، وفسّر إجابتك.

بفرض المجسم الأسطواني كالآتي:



فيكون حجمه =  $3.14 \times 1.4^2 \times 9 = 55.4 \text{ م}^3$ .



٣٢ اكتشف الخطأ: أوجد كل من زيد ولؤي حجم المنشور المجاور، فأيهما توصل للجواب الصحيح؟

لؤي: لأن قاعدة المنشور هي مثلث ومساحة

$\frac{1}{2} = \text{القاعدة} \times \text{الارتفاع}$  والارتفاع = ٩ سم

**اكتب** صيغتين يمكنك استعمالهما لإيجاد حجم المنشور المستطيلي (متوازي المستطيلات)، واذكر الصيغة التي تفضلها ، وبين سبب ذلك.

$$ح = م \times ع$$

$$ح = س \times ص \times ع \text{ وأفضل الصيغة الأولى لأنها أشمل.}$$

### تدريب على اختبار

**٣٤** أسطوانة طول قطرها ١٢ بوصة، وارتفاعها ٣٠ بوصة، قدر حجم الأسطوانة بالأقدام المكعبة؟  
(ارشاد: ١ قدم = ١٢ بوصة)

- (أ) ١ قدم مكعبة  
(ب) ٢ قدم مكعبة  
(ج) ٣ أقدام مكعبة  
(د) ٤ أقدام مكعبة

حجم الأسطوانة = مساحة القاعدة  $\times$  الارتفاع

$$\text{القطر} = \frac{12}{12} = 1 \text{ قدم}$$

$$\text{حجم الأسطوانة (١)} = \pi \times \left(\frac{30}{12}\right)^2 \times 0,5 = \pi \times \frac{30}{12} \times 2 \approx 2 \text{ قدم مكعبة}$$

**٣٥** إجابة قصيرة: صندوق مصنوع من الكرتون أبعاده موضحة على الشكل أدناه. ما حجم الصندوق بالأقدام المكعبة؟



حجم المنشور = مساحة القاعدة  $\times$  الارتفاع

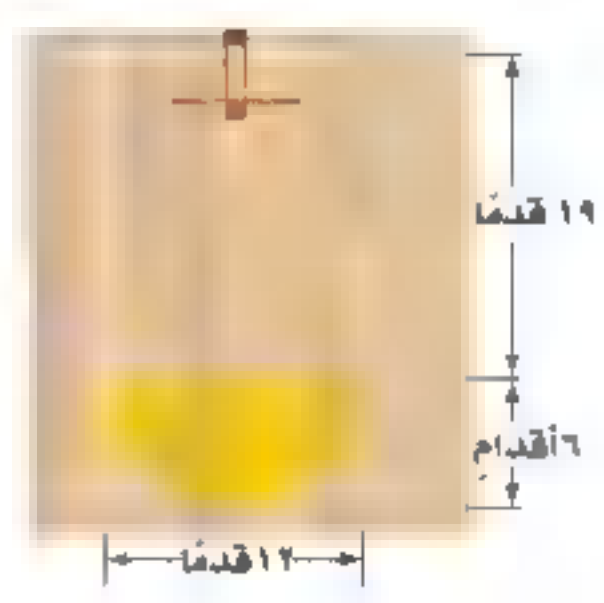
القاعدة مستطيل لذلك: م = الطول  $\times$  العرض

$$720 = 48 \times 15 =$$

$$\text{حجم المنشور} = 24 \times 720 = 17280 \text{ بوصة}$$

٣٦ ما عدد أحرف الهرم الثماني؟ (الدرس ٦-٣)

عدد أحرف الهرم الثماني = ١٦ حرف.



٣٧ كرة السلة : يبين الشكل المجاور منطقة مستطيلة الشكل من ملعب كرة سلة تحت المرمى تسمى المنطقة المحرمة ، حيث لا يسمح للاعبين البقاء فيها من ملعب الخصم لأكثر من ٣ ثوان دون الاستحواذ على الكرة، كذلك يظهر في الشكل نصف دائرة تحوى خط الرمية الحرة وتسمى دائرة الرمية الحرة . أوجد مساحة هذين الجزأين. (الدرس ٦-١)

$$\text{مساحة نصف الدائرة} = \frac{1}{2} \pi r^2$$

$$\text{مساحة نصف الدائرة} = \frac{1}{2} \pi (6)^2 = 56,548$$

$$\text{مساحة المستطيل} = \text{الطول} \times \text{العرض}$$

$$228 = 12 \times 19 =$$

$$\text{مساحة الشكل} = 228 + 56,548 \approx 284,548$$



٣٨ أوجد مساحة الشكل المركب المجاور. (الدرس ٦-١)

$$\text{مساحة نصف الدائرة} = \frac{1}{2} \pi r^2$$

$$\text{مساحة نصف الدائرة} = \frac{1}{2} \pi (2)^2 = 6,28 \text{ متر}$$

$$\text{مساحة شبه المنحرف} = \frac{1}{2} \times \text{مجموع قاعدتيه} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{مساحة شبه المنحرف} = \frac{1}{2} \times (4 + 10) \times 6 = 42 \text{ متر}$$

$$\text{مساحة الشكل} = 42 + 6,28 = 48,28 \text{ متر}$$



٣٩ سقط ضفدع في حفرة عمقها ٨ أقدام ، إذا تمكن الضفدع من التسلق على حافة الحفرة ٣ أقدام نهار كل يوم، ولكنه ينزلق إلى أسفل قدمين بالليل ، فكم يومًا يحتاج الضفدع حتى يخرج من الحفرة ؟ استعمل استراتيجية "حل مسألة أبسط". (الدرس ٦ - ٢)

إذا الضفدع يصعد ٣ لقدام وينزلق ٢ قدم معناها انه كل يوم يصعد قدم واحد إذن يحتاج لـ ٨ أيام حتى يخرج من الحفرة.

### الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة : أوجد ناتج الضرب في كلٍّ مما يلي :

٤٠  $10 \times 6 \times \frac{1}{3}$

$20 = 10 \times 2 = 10 \times \frac{6}{3} = 10 \times 6 \times \frac{1}{3}$

٤١  $10 \times 7 \times \frac{1}{3}$

$35 = 7 \times 5 = 7 \times \frac{15}{3} = 15 \times 7 \times \frac{1}{3}$

٤٢  $9 \times 4 \times \frac{1}{3}$

٤٣  $20 \times 6 \times \frac{1}{3}$

أوجد مساحة الشكلين الآتين، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر: (الدرس ٦ - ١)

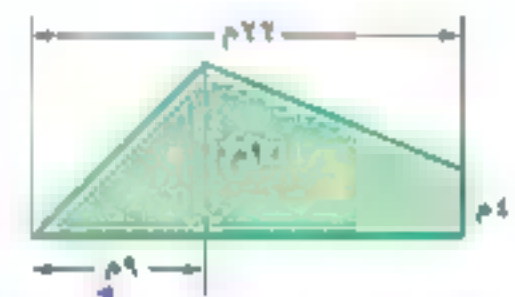
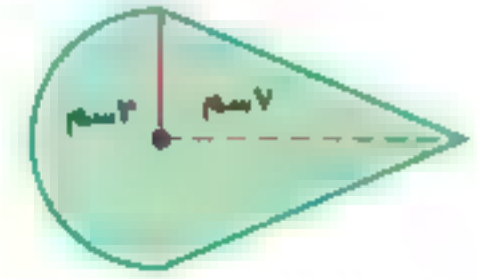
$$\text{مساحة نصف الدائرة} = \frac{1}{2} \pi r^2$$

$$\text{مساحة نصف الدائرة} = \frac{1}{2} \pi (3)^2 = 14,13$$

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times \text{طول القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times 7 \times 3 = 10,5$$

$$\text{مساحة الشكل} = 14,13 + 10,5 = 24,63$$



$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times \text{طول القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times 9 \times 10 = 45$$

٣ ما رقم الآحاد في العدد ٣٠٠؟

(استعمل استراتيجية حل مسألة أبسط) (الدرس ٦ - ٢)

رقم الآحاد = ١

٤ **حفلات:** تُباع البالونات في أكياس سعة كل منها

١٥ بالونة أو ٣٥ بالونة، وتحتاج ريم إلى ١٩٥ بالونة

لتزيين مكان حفل، فكم كيسًا من كل نوع على ريم

أن تشتري؟ (استعمل استراتيجية حل مسألة أبسط).

(الدرس ٦ - ٢)

$$90 = 15 \times 6$$

$$105 = 35 \times 3$$

$$195 = 90 + 105$$

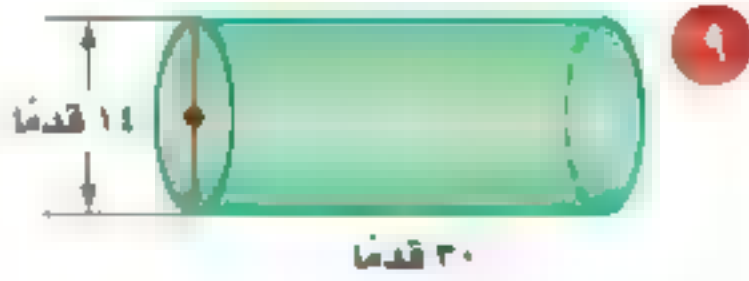
إذن تحتاج ريم ٦ أكياس التي لديها سعة ١٥ بالونة.

إذن تحتاج ريم ٣ أكياس التي لديها سعة ٣٥ بالونة.

أوجد حجم كل مجسم مما يلي ، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر: (الدرس ٦ - ٤)



حجم المنشور = مساحة القاعدة  $\times$  الارتفاع  
 مساحة القاعدة =  $7,8 \times 4,5 = 35,1$   
 حجم المنشور =  $6 \times 35,1 = 210,6$



حجم الأسطوانة = مساحة القاعدة  $\times$  الارتفاع  
 حجم الأسطوانة =  $\pi r^2 h$   
 حجم الأسطوانة =  $\pi (7)^2 (30) \approx 4618,2$

١٠ اختيار من متعدد: ما حجم صندوق مكعب الشكل، طول حرفه ١٥ بوصة؟ (الدرس ٦ - ٤)

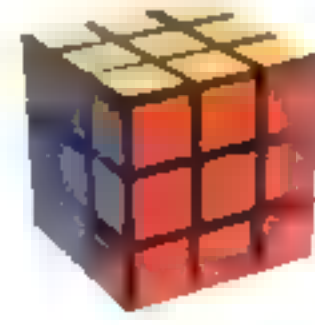
(أ) ٢٢٥ بوصة مكعبة (ب) ١٣٥٠ بوصة مكعبة

(ج) ٩٠٠ بوصة مكعبة (د) ٣٣٧٥ بوصة مكعبة

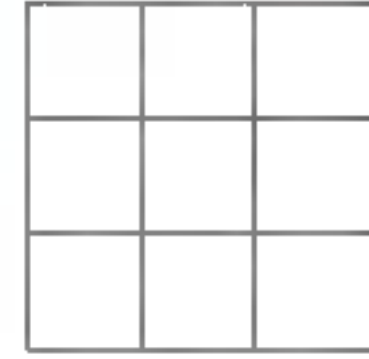
(د) ٣٣٧٥ بوصة مكعبة

$$h = l^3$$

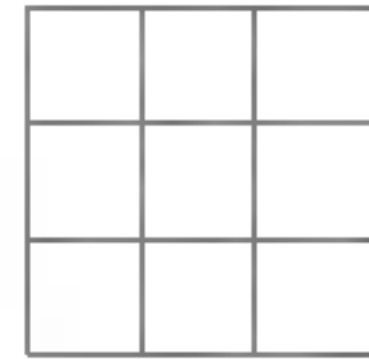
$$h = 15^3 = 3375$$



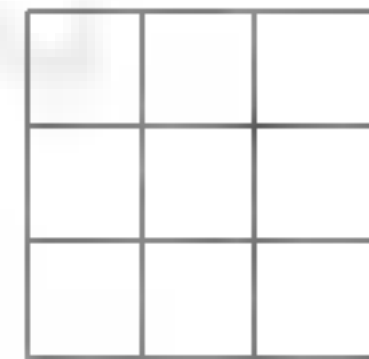
٦ ألعاب: ارسم كلاً من المنظر العلوي والأمامي والجانب لمكعب الألغاز المجاور. (الدرس ٦ - ٣)



العلوي:



الأمامي:



الجانب:

٧ اختيار من متعدد: أرادت مها رسم جميع أوجه منشور ثلاثي. فما الأشكال التي ستظهر في ورقتها؟

(الدرس ٦ - ٢)

(أ) مربعان ومثلثان.

(ب) مثلثان وثلاثة مستطيلات.

(ج) ثلاث مثلثات.

(د) مثلث، وثلاث مستطيلات.

(ب) مثلثان وثلاثة مستطيلات.





- ١١ منشور مستطيلي (متوازي مستطيلات) حجمه ٤, ٨٨ م<sup>٣</sup>، ما عرض قاعدة المنشور إذا كان طولها ٦, ٧ م وارتفاع المنشور ٨ م ؟ مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.

(الدرس ٤ - ٦)

حجم المنشور = مساحة القاعدة (مستطيل) × الارتفاع

$$88,4 = \text{ض} \times 7,6 \times 8$$

$$\text{ض} = \frac{88,4}{8 \times 7,6} \approx 1,5 \text{ م}$$

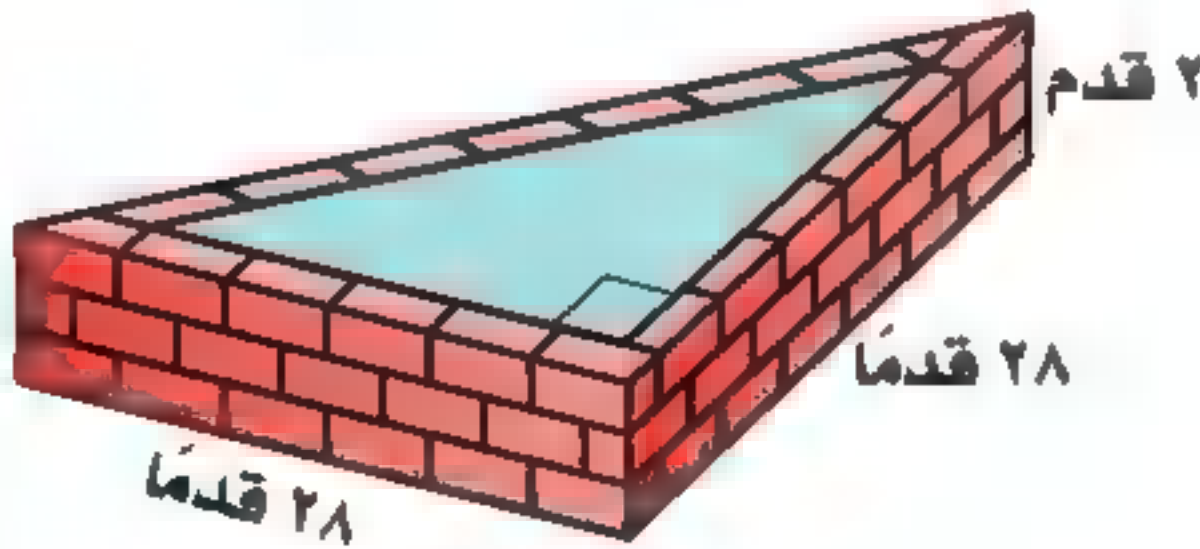
- ١٢ شمع، قطر شمعة اسطوانية الشكل ١٠ سم، وارتفاعها ٢١ سم، إذا تم إذابتها وتحويلها إلى قطع متساوية كل منها على هيئة منشور أبعاده ٤ سم × ٦ سم × ٨ سم، فكم عدد القطع الناتجة؟ (الدرس ٤ - ٦)

حجم الأسطوانة = ط × ر<sup>٢</sup> ع

$$\text{حجم الأسطوانة} = \text{ط} (5) \times 21 \times 2 \approx 1649,3$$

$$\text{حجم المنشور} = 4 \times 6 \times 8 = 192$$

$$\text{عدد القطع} = \frac{1649,3}{192} \approx 8 \text{ قطع}$$



- ١٣ بركة، لأسماك الزينة على شكل منشور ثلاثي تقع في أحد المجمعات التجارية، استعمل الشكل أدناه لإيجاد حجم البركة. (الدرس ٤ - ٦)

حجم المنشور = مساحة القاعدة (مثلث) × الارتفاع

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times \text{طول القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{مساحة المثلث} = \frac{1}{2} \times 28 \times 28 = 392$$

$$\text{حجم المنشور} = 2 \times 392 = 784 \text{ قدم}^3$$

## حجم الهرم والمخروط



١. قارن بين كلٍّ من مساحتي القاعدتين والارتفاع في الشكلين.

### مساحة القاعدة والارتفاع في كلا الشكلين واحدة.

٢. املأ الهرم بالرمل، وامسح أعلاه بمسطرة لتسوية السطح، ثم فرغ الرمل في المكعب، وكرر العملية حتى يمتلئ المكعب. كم مرة قمت بتعبئة الهرم لملء المكعب؟

ثلاث مرات.

٣. ما الكسر الذي يُمثل الكمية التي تملأ المكعب من هرم واحد؟

$$\text{الكسر} = \frac{1}{3}$$

( أ ) أوجد حجم هرم ارتفاعه ٥ م، وقاعدته مربع طول ضلعه ٢ م.

$$ح = \frac{1}{3} م \times \frac{1}{3} (٢ \times ٢) \times ٥ = ٦.٦ م^٣$$

حيث أن القاعدة مربعة فتكون مساحتها = الطول × العرض

( ب ) براءة : صنع ماجد شمعة على شكل هرم، حجمها ٨٦٤ سم<sup>٣</sup>، ومساحة قاعدتها ١٤٤ سم<sup>٢</sup>، فما ارتفاعها؟

$$\text{بما أن } ح = \frac{1}{3} م \times ع، \text{ إذن } ع = ح \div \frac{1}{3}$$

$$= ٨٦٤ \div \frac{1}{3} = ٢٥٩٢ \text{ سم}.$$



أوجد حجم كل مخروط ممّا يأتي مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:



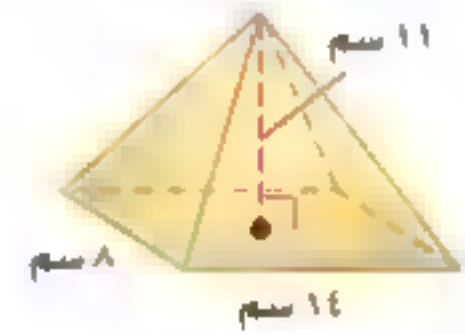
$$\text{ج) } \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times 3,14 \times 4^2 \times 17 = 71,1 \text{ قدم مكعب.}$$



$$\text{د) } \frac{1}{3} \pi r^2 h = \frac{1}{3} \times 3,14 \times 8^2 \times 10 = 669,9 \text{ سم}^3.$$

تأكد

أوجد حجم كل هرم ممّا يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:



$$\frac{1}{3} \text{ م}^3 = \frac{1}{3} \times 14 \times 8 \times 11 = 410,7 \text{ سم}^3$$



$$\text{ح} = \frac{1}{3} \text{ م}^3 = \frac{1}{3} \times (3 \times 10 \times \frac{1}{2}) \times 12 = 60 \text{ م}^3$$

٣) أوجد حجم هرم ارتفاعه ١٧ مترًا، وقاعدته مربعة طول ضلعها ٢٢ مترًا.

$$\text{ح} = \frac{1}{3} \text{ م}^3 = \frac{1}{3} \times 22 \times 22 \times 17 = 2742,7 \text{ م}^3$$

٤) آثار: هرم (منقرع) هو أحد أهرامات مصر القديمة، ارتفاعه الحالي ٦٥,٥ م، وحجمه ٢٥٤٦٦٤ م<sup>٣</sup> تقريبًا، فما طول كل جانب من قاعدته المربعة؟

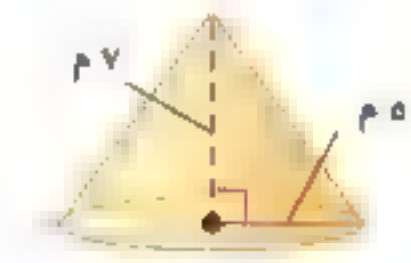
أوجد حجم كل مخروط ممّا يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

$$\text{ع} = 65,5 \text{ م}, \text{ ح} = 254664 \text{ م}^3,$$

$$\text{إذن } \text{م} = 3 = \text{ح} \div \text{م} = 254664 \div 65,5 = 11664 \text{ م}^3.$$

$$\text{فيكون طول كل جانب من قاعدته} = \sqrt{11664} = 108 \text{ م}$$





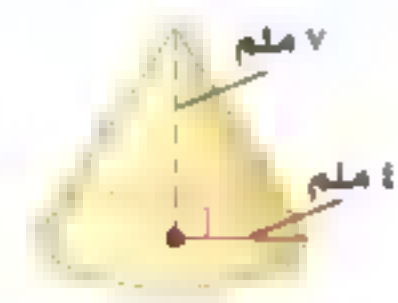
٥

$$ح = \frac{1}{3} \text{ طنق } ع = \frac{1}{3} \times 3,14 \times 25 \times 7 = 183,3 \text{ م}^3$$



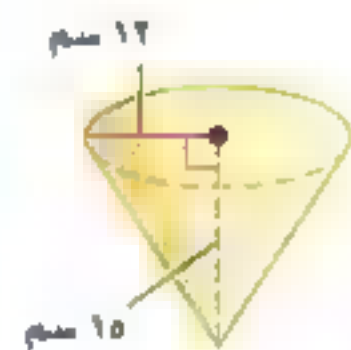
٦

$$ح = \frac{1}{3} \text{ طنق } ع = \frac{1}{3} \times 3,14 \times 256 \times 11 = 2948,4 \text{ قدم مكعب}$$



٧

$$ح = \frac{1}{3} \text{ طنق } ع = \frac{1}{3} \times 3,14 \times 16 \times 7 = 117,3 \text{ ملم}^3$$

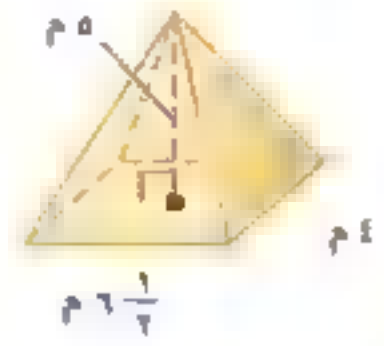


٨

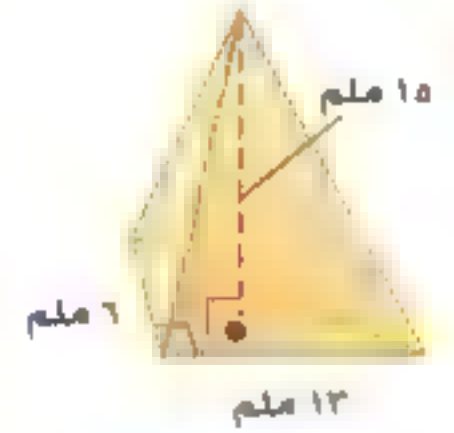
$$ح = \frac{1}{3} \text{ طنق } ع = \frac{1}{3} \times 3,14 \times 144 \times 12 = 2261,9 \text{ سم}^3$$

أوجد حجم كل هرم مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

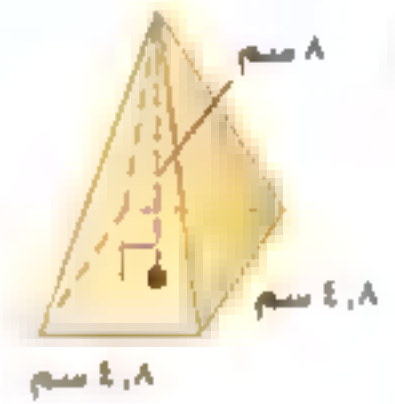
$$\frac{1}{3} \text{ م}^3 \text{ ع} = \frac{1}{3} \times 4 \times 6,5 \times 5 = 20,833 \text{ م}^3$$



$$\frac{1}{3} \text{ م}^3 \text{ ع} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 13 \times 6 \times 15 = 195 \text{ ملم}^3$$



$$\frac{1}{3} \text{ م}^3 \text{ ع} = \frac{1}{3} \times 4,8 \times 4,8 \times 8 = 61,44 \text{ سم}^3$$



هرم ثلاثي: قاعدته على شكل مثلث طول قاعدته ١٠ سم، وارتفاعه ٧ سم، وارتفاع الهرم ١٥ سم.

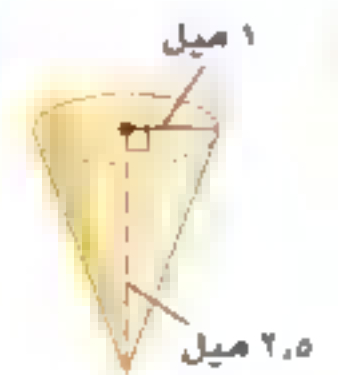
$$\frac{1}{3} \text{ م}^3 \text{ ع} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 10 \times 7 \times 15 = 175 \text{ سم}^3$$

أوجد حجم كل مخروط مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

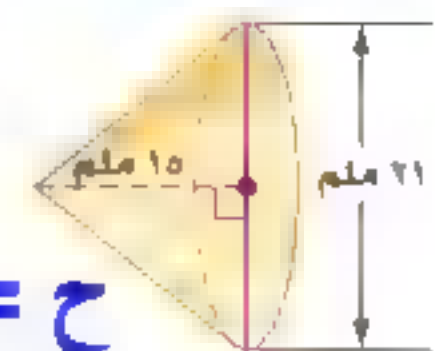
$$\text{ح} = \frac{1}{3} \text{ طنق}^3 \text{ ع} = \frac{1}{3} \times 3,14 \times 81 \times 22 = 1866,1 \text{ قدم مكعب}$$



$$\text{ح} = \frac{1}{3} \text{ طنق}^3 \text{ ع} = \frac{1}{3} \times 3,14 \times 1 \times 2,5 = 2,6 \text{ ميل مكعب}$$



$$\text{ح} = \frac{1}{3} \text{ طنق}^3 \text{ ع} = \frac{1}{3} \times 3,14 \times 110,25 \times 15 = 1731,8 \text{ ملم}^3$$





١٦ مخروط: قطر قاعدته ١٢ م، وارتفاعه ٥ م.

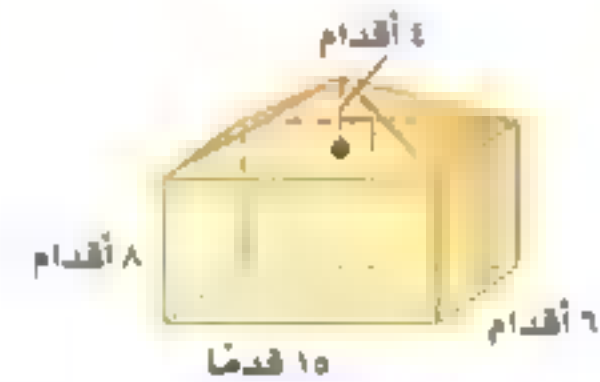
$$ح = \frac{1}{3} \pi ر^2 ع = \frac{1}{3} \times 3,14 \times 36 \times 5 = 188,5 \text{ م}^3$$

١٧ علوم: أنشئ نموذج جبل بركاني؛ ليكون مشروحاً في مادة العلوم على شكل مخروط طول قطر قاعدته ٨ سم، فإذا كان حجم النموذج ٢٠١ سم<sup>٣</sup> تقريباً، فما ارتفاعه؟

$$\text{الحجم} = ٢٠١ \text{ سم}^3, \text{ نق} = ٤, \text{ وبما أن } ح = \frac{1}{3} \pi ر^2 ع.$$

$$\text{إذن ارتفاع المخروط} = ٣ = ح \div (١٦ \times ٣,١٤) = ١٢ \text{ سم}.$$

أوجد حجم كل مجسم، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر:



$$\text{حجم المنشور} = ٧٢٠ = ٨ \times ١٥ \times ٦$$

$$\text{حجم الهرم} = \frac{1}{3} \pi ر^2 ع = \frac{1}{3} \times (٦ \times ١٥) \times ٤ = ١٢٠$$

$$\text{إذن حجم المجسم} = ٧٢٠ + ١٢٠ = ٨٤٠ \text{ قدم مكعب}.$$



$$\text{حجم الهرم الأعلى} = \frac{1}{3} \pi ر^2 ع = \frac{1}{3} \times (٣ \times ٣) \times ٢,٥ = ٥$$

$$\text{حجم الهرم الأسفل} = \frac{1}{3} \pi ر^2 ع = \frac{1}{3} \times (٣ \times ٢) \times ٤ = ٨$$

$$\text{إذن حجم المجسم} = ٨ + ٥ = ١٣ \text{ م}^3.$$



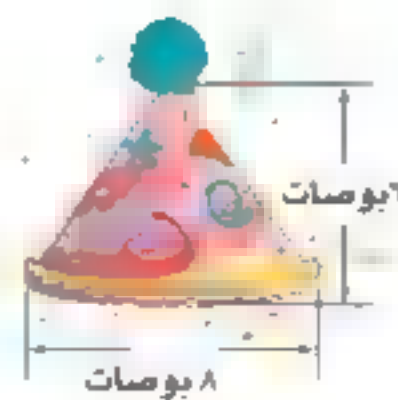
٢٠

حجم المخروط الأول =  $\frac{1}{3}$  ط نق' ع  
 $\frac{1}{3} \times 3,14 \times 9 \times 6 = 56,52$   
 حجم المخروط الثاني =  $\frac{1}{3}$  ط نق' ع  
 $\frac{1}{3} \times 3,14 \times 9 \times 3 = 47,1$   
 إذن حجم الجسم =  $56,52 + 47,1 = 103,6$  سم<sup>٣</sup>.



٢١

حجم القبة =  $\frac{1}{3}$  ط نق' ع  
 $\frac{1}{3} \times 3,14 \times 16 \times 6 = 100,48$  بوصة مكعبة.



٢٢ قبعات: يريد مهرج أن يملأ قبعته رملًا، استعمل الرسم المجاور لتحديد كم تسع قبعته من الرمل.

حجم القبة =  $\frac{1}{3}$  ط نق' ع

$\frac{1}{3} \times 3,14 \times 16 \times 6 = 100,48$  بوصة مكعبة.

## موقع واجباتي

٢٣ تحدّ: ماذا يحدث لارتفاع مخروط عند ضرب نصف القطر في ثلاثة مع المحافظة على الحجم نفسه؟

$$ع = ح^3 \div (ط نق') \text{ وبضرب نق} \times 3 \text{ تكون } ع = ح \div ط نق'$$

إنّ يقل الارتفاع إلى  $\frac{1}{3}$



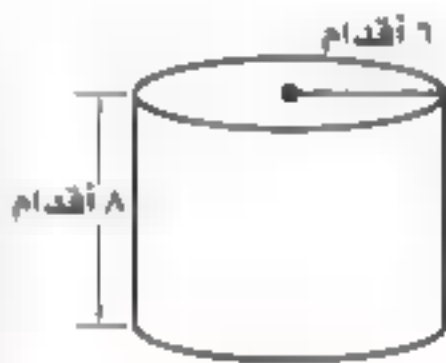
الحسّ العددي: أيهما له تأثير أكبر في حجم المخروط: مضاعفة نصف قطره، أم مضاعفة ارتفاعه؟ برّر إجابتك.

عند مضاعفة نصف القطر يتضاعف الحجم؛ أمثاله أما عند مضاعفة الارتفاع فيتضاعف الحجم مثلثين.

٢٥ كرمي: موقفًا من واقع الحياة يمكن أن يُحل بإيجاد حجم المخروط.

إيجاد كمية آيس كريم في علبة مخروط الشكل.

## تدريب على اختبار



٢٧ ما حجم الأسطوانة المجاورة؟ مقربًا إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم الأمر.

(أ) ٤٨ قدمًا مكعب (ب) ٢٨٨ قدمًا مكعب

(ب) ٣, ١٥٠ قدمًا مكعب (د) ٨, ٩٠٤ أقدام مكعبة

٢٦ هرم قاعدته مستطيلة الشكل، بُعدها ١٨ بوصة  $\times$  ٣٠ بوصة، وارتفاعه ٣٦ بوصة. أيّ مما يأتي أقرب إلى حجم الهرم بالأقدام المكعبة؟ (إرشاد: ١ قدم = ١٢ بوصة)

(أ) ٢, ٥ قدم مكعب (ب) ٣ أقدام مكعبة

(ج) ٤ أقدام مكعبة (د) ٥, ٥ أقدام مكعبة

(د) 904,8 أقدام مكعبة

حجم الأسطوانة =  $ط \times ر^2 \times ع$

حجم الأسطوانة =  $ط (6)^2 \times 8 = 904,8$  أقدام مكعبة

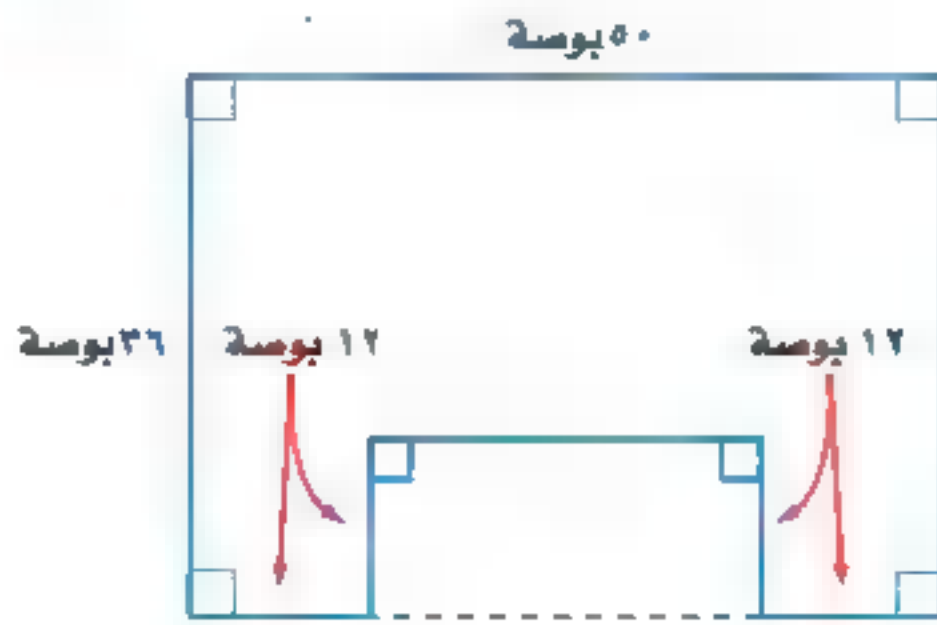
(ج) ٤ أقدام مكعبة

حجم الهرم =  $\frac{1}{3} \times \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}$

$$4 \approx 3,75 = \frac{36}{12} \times \frac{30}{12} \times \frac{18}{12} \times \frac{1}{3} =$$



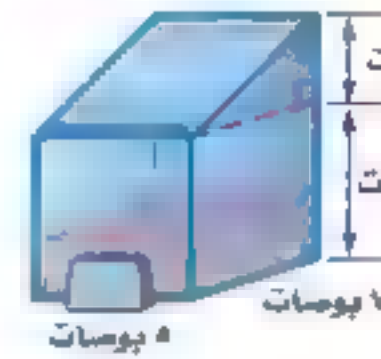




٢٨ أثاث: يبين الشكل المجاور سطح طاولة . ما مساحة سطح الطاولة؟ (الدرس ٦ - ١)

مساحة المستطيل الكبير - المساحة الصغيرة = مساحة سطح الطاولة

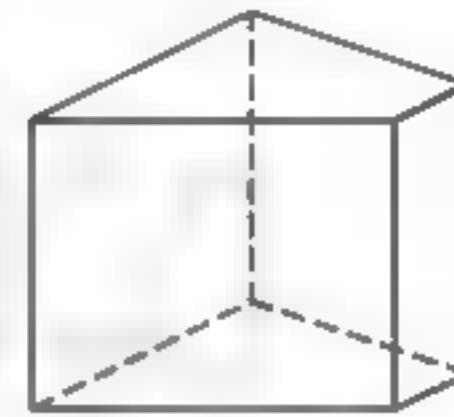
$$1488 = (26 \times 12) - (36 \times 50) =$$



٢٩ صابون: أوجد حجم علبة الصابون السائل في الشكل المجاور. (الدرس ٦ - ٤)

حجم المنشور = مساحة القاعدة (مستطيل)  $\times$  الارتفاع

$$\text{حجم المنشور} = 8 \times 5 \times 7 = 280 \text{ بوصة}$$



حدد اسم المجسم المجاور، وبين عدد أوجهه وشكلها، ثم اذكر عدد أحرفه ورؤوسه. (الدرس ٦ - ٣)

منشور رباعي له ٦ أوجه و ٩ أحرف ٨ رؤوس.

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة: أوجد محيط كل دائرة مما يأتي، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:

٣٢ قطرها ٥, ٥ أقدام

محيط الدائرة =  $2\pi r$

$$م = 2 \times \frac{5,5}{2} \approx 17,3 \text{ قدم}$$

٣٣ نصف قطرها ٣, ٨ سم

محيط الدائرة =  $2\pi r$

$$م = 2 \times 3,8 \approx 23,9 \text{ سم}$$

٣١ قطرها ٩ بوصات

محيط الدائرة =  $2\pi r$

$$م = 2 \times 4,5 \approx 28,27 \text{ بوصة}$$

٣٣ نصف قطرها ٢ م

محيط الدائرة =  $2\pi r$

$$م = 2 \times 2 \approx 12,6 \text{ م}$$



## معمل القياس مساحة سطح الأسطوانة

### حلّ النتائج

- ١ صِفِ الأجزاء المستوية التي تكوّن مخطط الوعاء الأسطواني.
- دائرتين واسطوانة.
- ٢ أوجد مساحة كل جزء منها، ومجموع تلك المساحات.
- مساحة الدائرتين  $2\pi r^2$
- مساحة المستطيل  $2\pi r \times h$
- مجموع المساحة  $2\pi r^2 + 2\pi r \times h$
- ٣ أوجد قطر الجزء الأعلى للوعاء الأسطواني، واستعمله في إيجاد محيط ذلك الوجه.
- ٤ اضرب المحيط في ارتفاع الوعاء، فماذا تشكل هذه النتيجة؟
- ٥ اجمع النتيجة من سؤال ٤ إلى مجموع مساحة القاعدتين الدائرتين.
- ٦ قارن بين إجابتك عن التمرينين ٢ ، ٥ .
- ٧ **خمن**، اكتب طريقة لإيجاد المساحة الكلية لسطح أسطوانة عُلِمَ قياس كلٍّ من ارتفاعها وقطر إحدى قاعدتيها.



## مساحة سطح المنشور والأسطوانة

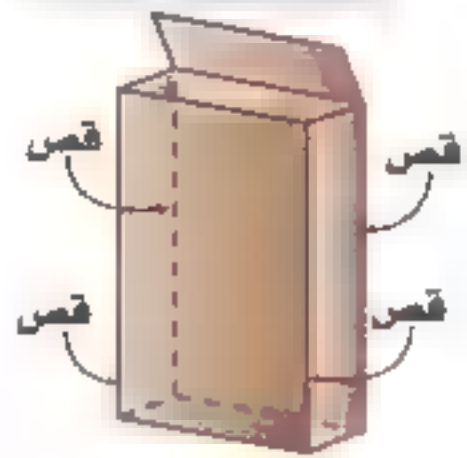
٦ - ٦

### نشاط

الخطوة ٢

الخطوة ٢

الخطوة ٣



استعمل صندوقاً ذا غطاء كما في الشكل المجاور، وقس ارتفاعه ومحيط وجهه العلوي أو السفلي، وسجل ذلك.

سمّ الوجه العلوي والسفلي والأمامي والخلفي والجانبين.

افتح الغطاء وقص الصندوق في ٤ أحرف كما في الشكل، ثم افتح الصندوق وضعه بشكل مستو لتكوين مخطّطه، وقس أبعاد كل وجه وسجلها.

١ أوجد مساحة كل وجه، ثم مجموع تلك المساحات.

٢ اضرب محيط قاعدة الصندوق في ارتفاعه. ماذا يمثل ناتج الضرب؟

حاصل الضرب يعطي مساحة الأوجه ماعدا الوجهين العلوي والسفلي.

٣ اجمع ما حصلت عليه في السؤال ٢ إلى مجموع مساحة القاعدتين.

٤ قارن بين الإجابتين في ١ و ٣.

متساويان.

### فكرة الدرس:

أجد المساحة الجانبية والمساحة الكلية لسطح منشور وأسطوانة.

### المضردات

الوجه الجانبي

المساحة الجانبية للسطح

المساحة الكلية للسطح





أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح المنشور الرباعي المجاور. قاعدتا مستطيلان بُعدا كل منهما ٣م، ٧م.

ابدأ بإيجاد المحيط والمساحة للقاعدتين.

مساحة القاعدة

محيط القاعدة

$$ق = الطول \times العرض$$

$$مح = ٢ الطول + ٢ العرض$$

$$ق = ٣ \times ٧ = ٢١$$

$$مح = (٣)٢ + (٧)٢ = ٢٠$$

استعمل هذه المعلومات لإيجاد المساحة الجانبية والكلية للمنشور.

المساحة الكلية

المساحة الجانبية

$$ك = ج + ٢$$

$$ج = مح \times ع$$

$$ك = ٢١ \times ٢ + ٢٤٠ = ٢٨٢$$

$$ج = ١٢ \times ٢٠ = ٢٤٠$$

فتكون المساحة الجانبية ٢٤٠م<sup>٢</sup>، والمساحة الكلية ٢٨٢م<sup>٢</sup>.

تحقق من فهمك

أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل منشور فيما يأتي:

المساحة الجانبية = مح  $\times$  ع

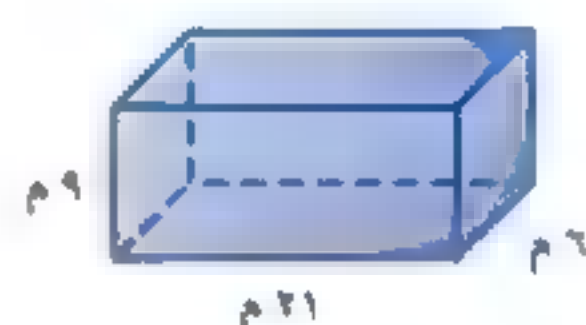
$$مح = (٦ + ٢١) \times ٢ = ٥٤$$

$$المساحة الجانبية = ٥٤ \times ٩ = ٤٨٦ م^٢$$

المساحة الكلية = مح  $\times$  ع + ٢

$$م = ٢١ \times ٦ = ١٢٦$$

$$إذن المساحة الكلية = ٤٨٦ + ١٢٦ \times ٢ = ٧٣٨ م^٢$$



(أ)

المساحة الجانبية = مح  $\times$  ع = ٦  $\times$  (٣ + ٤ + ٥) = ٧٢ سم<sup>٢</sup>

$$مساحة القاعدة = ٤ \times ٣ \times \frac{1}{2} = ٦$$

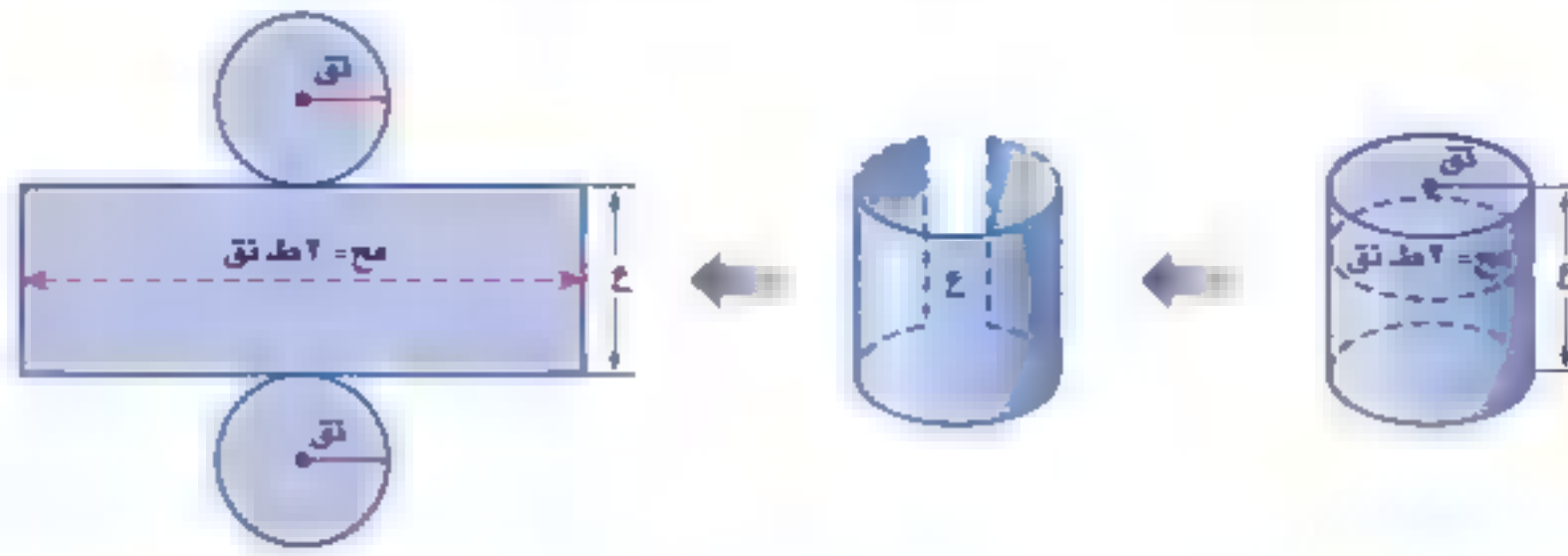
$$المساحة الكلية = ٦ \times ٢ + ٧٢ = ٨٤ سم^٢$$



(ب)

# موقع واجباتي

يمكنك إيجاد المساحة الكلية لسطح أسطوانة، بإيجاد مساحة قاعدتيها وإضافة مساحة السطح الجانبي المنحني. عند قصّ الأسطوانة يتكون مخططها من دائرتين ومستطيل.



النموذج	المخطط	المساحة
القاعدتان الدائريتان	دائرتان متطابقتان بنصف قطر نق	$٢(٢ \pi \text{ نق}^2) = ٢ \pi \text{ نق}^2$
الغطاء الجانبي	مستطيل عرضه ع وطوله ٢ ط نق	$٢ \pi \text{ نق} \times \text{ع} = ٢ \pi \text{ نق ع}$

كما في المنشور، استعمل قياسات الأسطوانة لإيجاد المساحة الجانبية والكليّة لسطحها.

## إرشادات للدراسة

### أسطوانات

صيح المساحة الجانبية والكليّة للأسطوانة تشبه الصيغ الهناظرة لها للمنشور. ففي المنشور:

$$\text{ج} = \text{مح} \times \text{ع}$$

وبها أن قاعدة الأسطوانة دائرية، فإن محيطها هو

محيط الدائرة (مح =  $٢ \pi \text{ نق}$ ).

وفي المنشور:  $\text{ك} = \text{ج} + ٢ \pi \text{ نق}^2$

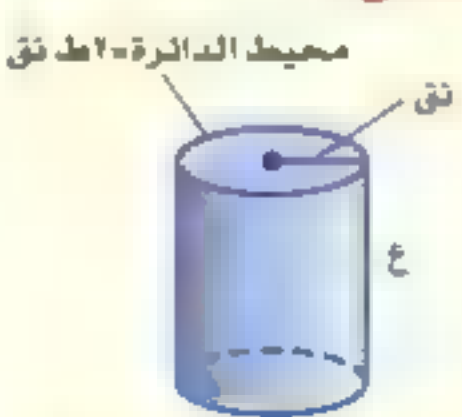
وبها أن قاعدة الأسطوانة

دائرية، فإن مساحتها هي

مساحة الدائرة  $\pi \text{ نق}^2$ .

## المساحة الجانبية لسطح الأسطوانة


**التعبير اللفظي:** المساحة الجانبية (ج) لسطح أسطوانة ارتفاعها (ع) ونصف قطر قاعدتها (نق) هي ناتج ضرب محيط القاعدة (مح) في الارتفاع (ع).

**النموذج:** 

**الرموز:**  $\text{ج} = \text{مح ع} \text{ أو } \text{ج} = ٢ \pi \text{ نق ع}$

## المساحة الكلية لسطح الأسطوانة

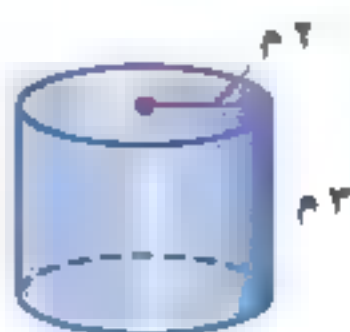
**التعبير اللفظي:** المساحة الكلية (ك) لسطح أسطوانة ارتفاعها (ع) ونصف قطر قاعدتها (نق) هي مجموع المساحة الجانبية ومساحة القاعدتين.

**النموذج:** 

**الرموز:**  $\text{ك} = \text{ج} + ٢ \pi \text{ نق}^2 \text{ أو } \text{ك} = ٢ \pi \text{ نق ع} + ٢ \pi \text{ نق}^2$

## مساحة سطح الأسطوانة

## مسابقات



أوجد المساحة الجانبية والكليّة لسطح الأسطوانة المجاورة.

المساحة الكلية

المساحة الجانبية

$$\text{ك} = \text{ج} + ٢ \pi \text{ نق}^2$$

$$\text{ج} = ٢ \pi \text{ نق ع}$$

$$\text{ك} = ٣٧,٧ + ٢ \pi (٢)^2$$

$$\text{ج} = ٣ \times ٢ \times ٢ \pi$$

$$\text{ك} \approx ٦٢,٨$$

$$\text{ج} \approx ٣٧,٧$$

المساحة الجانبية للأسطوانة ٣٧,٧ م<sup>٢</sup> تقريباً، والمساحة الكلية ٦٢,٨ م<sup>٢</sup> تقريباً.

أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل أسطوانة مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب عُشر:

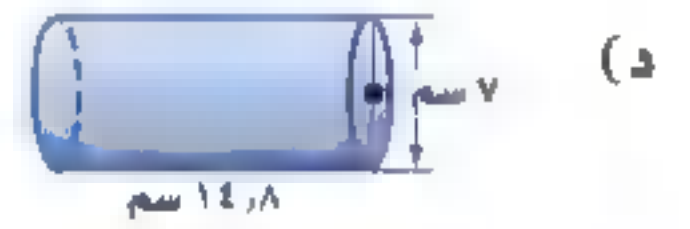


المساحة الجانبية = مع  $ع = ٢$  طنق  $ع$

$$= ٣١٤ \text{ ملم} = ١٠ \times ٥ \times ٣.١٤ \times ٢$$

المساحة الكلية = ج + ٢ طنق

$$= ٤٧١ \text{ ملم} = (٢٥ \times ٣.١٤ \times ٢) + ٣١٤$$

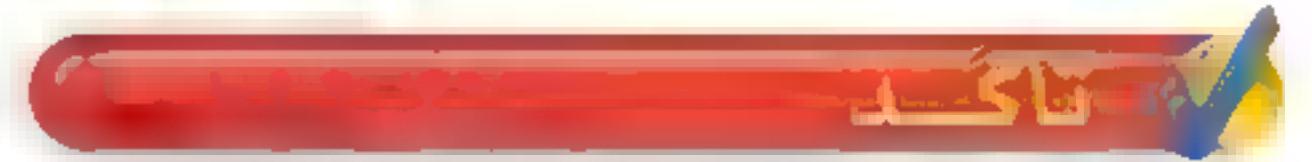


المساحة الجانبية = ٢ طنق  $ع$

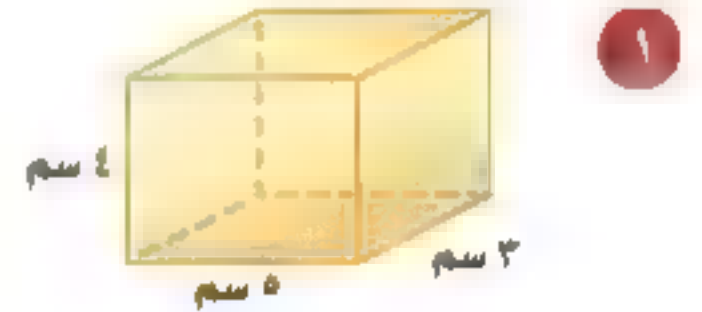
$$= ٣٢٥.٣ \text{ سم} = ١٤.٨ \times ٣.٥ \times ٣.١٤ \times ٢$$

المساحة الكلية = ج + ٢ طنق

$$= ٤٠٢.٢٣ \text{ سم} = (١٢.٢٥ \times ٣.١٤ \times ٢) + ٣٢٥.٣$$



أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل مجسم مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب عُشر:



$$ج = مع = ٦٤ \text{ سم} = ٤ \times (٥ + ٣) \times ٢$$

$$ك = ج + ٢م = ٩٤ \text{ سم} = ٣٠ + ٦٤ = (٥ \times ٣) \times ٢ + ٦٤$$

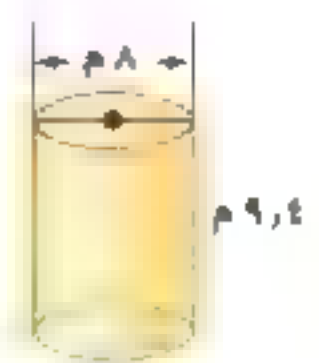


$$ج = ١٦٨ \text{ ملم} = ٧ \times (١٠ + ٨ + ٦)$$

$$ك = ٢١٦ \text{ ملم} = ٤٨ \times ١٦٨ = (٦ \times ٨ \times \frac{1}{2}) \times ١٦٨$$



أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل مجسم مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب عشر:



٣

$$ج = ٢ \text{ طنق } ع = ٩.٤ \times ٤ \times ٣.١٤ \times ٢ = ٢٣٦.١ \text{ م}^٢$$

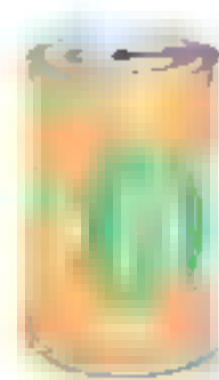
$$ك = ج + ٢ \text{ طنق } ٢ = ٢٣٦.١ + (١٦ \times ٣.١٤) = ٣٣٦.٥٨ \text{ م}^٢$$



٤

$$ج = ٢ \text{ طنق } ع = ٢٥ \times ١٦ \times ٣.١٤ \times ٢ = ٢٥١٢ \text{ قدم}^٢$$

$$ك = ج + ٢ \text{ طنق } ٢ = ٢٥١٢ + (٢٥٦ \times ٣.١٤ \times ٢) = ٤١١٩.٦ \text{ قدم}^٢$$



١.٥ بوصة

٥ بوصات

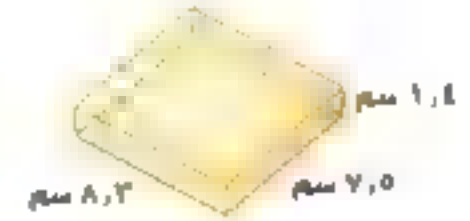
**٥ تغليف:** تغلف بعض علب العصير الأسطوانية الشكل بورق كما في الشكل المجاور. أوجد مساحة ورقة تغليف علبة العصير.

$$ك = ج + ٢ \text{ طنق } ٢$$

$$\text{بما أن } ج = ٢ \text{ طنق } ع = ٥ \times ١.٥ \times ٣.١٤ \times ٢ = ٤٧.١$$

$$\text{إذن } ك = ٤٧.١ + (٢.٢٥ \times ٣.١٤ \times ٢) = ٦١.٢٣$$

أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل مجسم مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب عشر:



٦

$$ج = 1.4 \times (8.3 + 7.5) \times 2 = 44.2 \text{ سم}^2$$

$$ك = (8.3 \times 7.5) \times 2 + 44.2 = 168.8 \text{ سم}^2$$



٧

$$ج = 2 \times (4 + 3.5) \times 3.5 = 30 \text{ بوصة}^2$$

$$ك = (3.5 \times 4) \times 2 + 30 = 58 \text{ بوصة}^2$$



٨

$$ج = 10 \times (12 + 13 + 5) = 300 \text{ قدم}^2$$

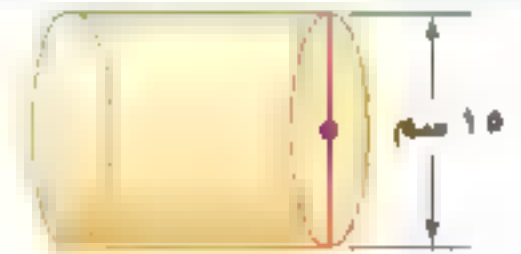
$$ك = (5 \times 12 \times \frac{1}{2}) \times 2 + 300 = 360 \text{ قدم}^2$$



٩

$$ج = 9.5 \times (11.2 + 8.5 + 8.2) = 265.1 \text{ م}^2$$

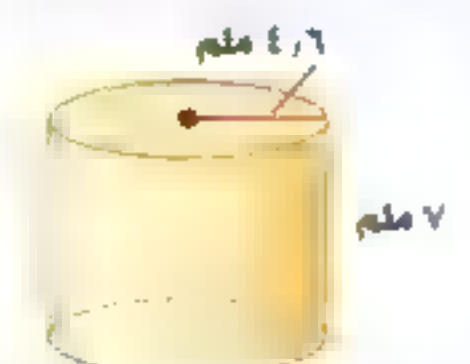
$$ك = (6 \times 11.2 \times \frac{1}{2}) \times 2 + 265.1 = 332.3 \text{ م}^2$$



١٠

$$ج = 2 \times 3.14 \times 1.5 \times 17 = 800.7 \text{ سم}^2$$

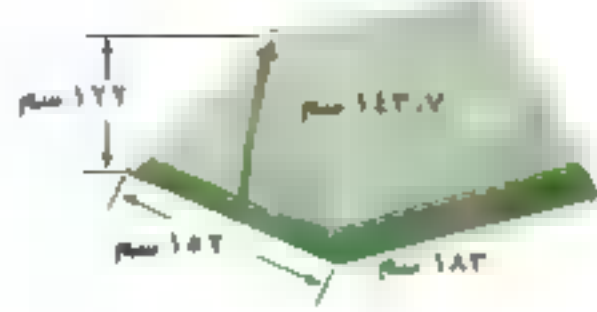
$$ك = (56.25 \times 3.14) \times 2 + 800.7 = 1153.95 \text{ سم}^2$$



١١

$$ج = 2 \times 3.14 \times 4.6 \times 7 = 202.2 \text{ ملم}^2$$

$$ك = (21.2 \times 3.14) \times 2 + 202.2 = 335.1 \text{ ملم}^2$$



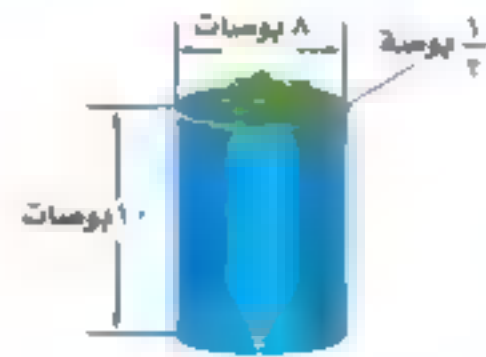
١٢ خيام : يُنتج مصنع خيامًا بلاستيكية كما في الشكل المجاور. فما مساحة قطعة البلاستيك التي تلزم لصنع خيمة؟

ك = ج + ٢ م.

بما أن المثلث متساوي الساقين إذن

ج =  $(143.7 + 143.7 + 183) \times 183 \div 2 = 80410.2$  سم<sup>٢</sup>

ك =  $80423.3 + (122 \times 183 \div 2) = 98954.2$  سم<sup>٢</sup>



١٣ فن: اشترت هناء وعاء النبات المجاور، فإذا كان طول قطره الداخلي ٨ بوصات، وارتفاعه ١٠ بوصات، وسمك الإناء  $\frac{1}{4}$  بوصة، وأرادت هناء طلاء قاعدة الوعاء وسطحه من الداخل والخارج، فكم بوصة مربعة من الإناء يجب أن تُطلى؟

مساحة السطح الخارجية (نق = ٤ بوصة)

ج =  $2 \times 3.14 \times 8 \times 10 = 251.2$  بوصة<sup>٢</sup>

ك =  $251.2 + (16 \times 3.14) = 351.68$  بوصة<sup>٢</sup>

مساحة السطح الداخلي (نق = ٤ - ٠.٥ = ٣.٥ بوصة)

ج =  $2 \times 3.14 \times 3.5 \times 10 = 219.8$  بوصة<sup>٢</sup>

ك =  $219.8 + (12.25 \times 3.14) = 296.73$  بوصة<sup>٢</sup>

المساحة التي يجب أن تطلّى = المساحة الخارجية + المساحة الداخلية

=  $296.73 + 351.68 = 648.41$  بوصة<sup>٢</sup>

١٤ منشور مستطيلي (متوازي مستطيلات) طوله ١٢ سم، وعرضه ٤ سم، ومساحته الكلية تساوي ٥٧٦ سم<sup>٢</sup>، فما ارتفاعه؟

ك = ج + ٢ م.

٢ م =  $4 \times 12 \times 2 = 96$

٥٧٦ = ج + ٩٦

ج =  $576 - 96 = 480$  بوصة<sup>٢</sup>

ج = م ع

م ع =  $(4 + 12) \times 2 = 32$

ع = ج ÷ م =  $480 \div 32 = 15$  بوصة





١٥ **تقليد:** صُغّم وعاءان من الكرتون لأحد أنواع الحبوب كما في الشكل المجاور، فإذا كان الحجمان متساويين تقريبًا، فأَي الوعائين يحتاج إلى كمية أقل من الكرتون؟ فسر إجابتك.

ك للمنشور = ج + ٢ م.

$$ج = \text{مح} ع = ١٢ \times (٧ + ٤) \times ٢ = ٢٦٤.$$

$$ك = ٢٦٤ + (٧ \times ٤) \times ٢ = ٣٢٠ \text{ بوصة}^٢$$

ك للأسطوانة = ج + ٢ م

$$ج = ٢ \text{ طنق} ع = ١٢ \times ٣ \times ٣.١٤ \times ٢ = ٢٢٦.١.$$

$$ك = ٢٢٦.١ + (٩ \times ٣.١٤ \times ٢) = ٢٨٢.٦ \text{ بوصة}^٢$$

إذن تحتاج الأسطوانة لكمية أقل.

١٦ **تبرير:** حدّد ما إذا كانت العبارة الآتية صحيحة أم خاطئة. وإذا كانت خاطئة، فأعطِ مثالًا مضادًا: "إذا تساوى حجمًا منشورين مستطيلين فإنه يكون لهما المساحة الكلية نفسها".

**خاطئة:** المنشور الرباعي الذي طوله ٢ سم عرضة ٤ سم وارتفاعه ٦ سم له الحجم نفسه للمنشور الرباعي الذي طوله ٢ سم عرضة ٢ سم وارتفاعه ١٢ سم، والمساحة الكلية للمنشور الأول ٨٨ سم<sup>٢</sup> بينما المساحة الكلية للمنشور الثاني = ١٠٤ سم<sup>٢</sup>

١٧ **تحذّر:** أيّ الحالتين تزداد عندها المساحة الكلية لسطح الأسطوانة بشكل أكبر: مضاعفة الارتفاع مرة أم مضاعفة نصف القطر مرة؟ فسر إجابتك.

مضاعفة نصف القطر مرتين = ٢ طنق + ٢ طنق ع، أما إذا تضاعف الارتفاع مرتين فإن الجزء الثاني من المعادلة يتضاعف، أما إذا تضاعف نصف القطر فإن الجزء الأول من المعادلة يضرب في ٤ ويتضاعف الجزء الثاني مرتين.

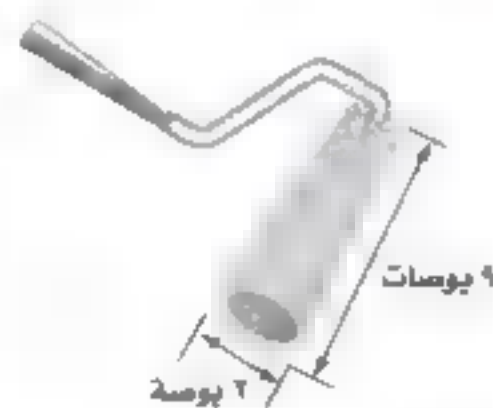
١٨ **الحس العددي:** إذا زدت نصف قطر أسطوانة إلى ثلاثة أمثاله، ففسر كيف يؤثر ذلك في المساحة الجانبية لسطح الأسطوانة الجديدة بالنسبة لسطح الأسطوانة الأولى.

تضرب المساحة الجانبية  $\times ٣$  فعند ضرب نصف القطر  $\times ٣$  تكون

$$\text{المساحة الجانبية} = ٢ \text{ ط} ٣ \text{ نق ع}$$

$$= ٦٣ (٢ \text{ طنق ع}) \text{ أي } ٣ \times \text{المساحة الجانبية الأصلية.}$$

٢٠ فرشاة دهان أسطوانية كما في الشكل أدناه.

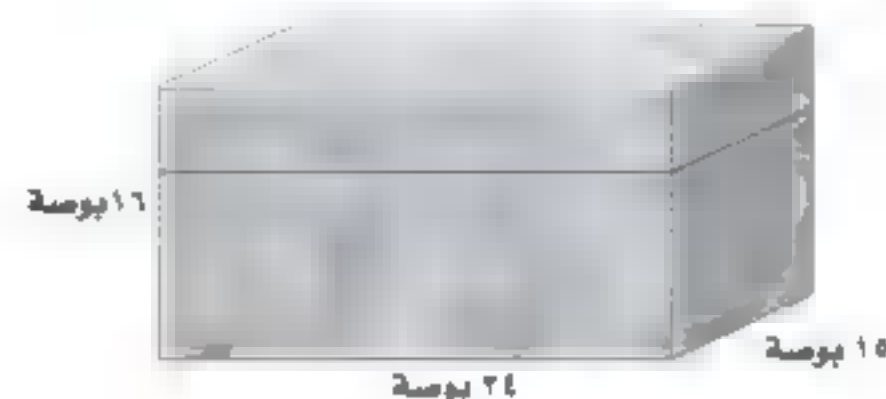


كم بوصة مربعة مساحة الجزء الذي تغطيه دورة الفرشاة مرة واحدة من الدهان على الحائط، مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة؟

(أ) ١، ١١٣ بوصة مربعة (ج) ٣، ٢٨ بوصة مربعة

(ب) ٥، ٥٦ بوصة مربعة (د) ٠، ١٨ بوصة مربعة

٢٩ قام فيصل بطلاء الصندوق الموضح بالشكل أدناه من الخارج، فكم المساحة السطحية التي سيقوم فيصل بدهانها بالبوصات المربعة؟



(أ) ٣٣٠ بوصة مربعة (ج) ١٩٦٨ بوصة مربعة

(ب) ٣٩٩ بوصة مربعة (د) ٥٧٦٠ بوصة مربعة

## مراجعة تراكمية

أوجد حجم كل مجسم مما يأتي، مقرباً الجواب إلى أقرب عشر إذا لزم ذلك: (الدرس ٦ - ٥)

٢١ هرم رباعي: قاعدته على شكل مستطيل طوله ١٤ م، وعرضه ١٢ م، وارتفاع الهرم ٧ م.

$$\text{حجم الهرم} = \frac{1}{3} \times \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{حجم الهرم} = \frac{1}{3} \times 7 \times 12 \times 14 = 392$$

٢٢ مخروط: قطر قاعدته ٢٢ سم، وارتفاعه ٢٤ سم.

$$\text{حجم المخروط} = \frac{1}{3} \times \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{حجم المخروط} = \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{22}{2}\right)^2 \times 24 \approx 3041,1$$

٢٣ صفة: ثلاجة في مختبر مركز صحي أبعادها الداخلية ١٧ بوصة × ١٨ بوصة × ٤٢ بوصة، إذا وصل إلى المختبر عينات حجمها يزيد على ٨ أقدام مكعبة لحفظها في الثلاجة، فهل تتسع الثلاجة للعينات؟ فسر إجابتك. (الدرس ٦ - ٤)

$$\text{حجم الثلاجة} = \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{حجم الثلاجة} = 17 \times 18 \times 42 = 12852 \text{ بوصة}$$

$$\text{حجم العينات} = 8 \text{ أقدام} = 12 \times 8 = 96 \text{ بوصة}$$

إذن تتسع الثلاجة لحفظ العينات



مهارة سابقة : أوجد ناتج الضرب في كل مما يلي :

٢٤  $2,8 \times \frac{1}{2}$

$$1,4 = 2,8 \times \frac{1}{2}$$

٢٥  $23 \times 10 \times \frac{1}{2}$

$$20 = 16 \times 2,5 \times \frac{1}{2}$$

٢٦  $16 \times 2,5 \times \frac{1}{2}$

$$20 = 16 \times 2,5 \times \frac{1}{2}$$

٢٧  $(20) \left(3 \frac{1}{2}\right) \frac{1}{2}$

$$35 = 20 \left(3 \frac{1}{2}\right) \frac{1}{2}$$





## معمل القياس مخطط المخروط

### حل النتائج:

أوجد الزاوية المركزية لكل مخروط ممّا يأتي، ثم كَوّن مخططاً له:



**الخطوة ١:** استعمل الفرجار لرسم دائرتين متماستين من الخارج، نصف قطر إحداهما ٢٥ سم ونصف قطر الأخرى ١٠ سم.



**الخطوة ٢:** فكر: ما الجزء من محيط الدائرة أ الذي يساوي محيط الدائرة ب؟ افرض أن س هي نسبة محيط الدائرة الصغرى إلى الكبرى.

$$س(٥٠) = ٢٠ ط$$

$$محيط الدائرة أ = ٥٠ ط$$

$$محيط الدائرة ب = ٢٠ ط$$

$$س = ٠.٤$$

لذا تحتاج إلى ٠.٤ من محيط الدائرة أ

**الخطوة ٣:** أوجد قياس الزاوية المركزية التي يجب أن تقطع من الدائرة أ

$$٠.٤ \times ٣٦٠ = ١٤٤^\circ$$

اقطع زاوية مركزية قياسها ١٤٤° من الدائرة أ، واعمل مخروطاً.





## معمل القياس مخطط المخروط

### حل النتائج:

أوجد الزاوية المركزية لكل مخروط ممّا يأتي، ثم كَوّن مخططاً له:



استعمل الفرجار لرسم دائرتين متماستين من الخارج، نصف قطر إحدهما ٤ سم ونصف قطر الأخرى ٢ سم.



### الخطوة ٢:

فكر: ما الجزء من محيط الدائرة أ الذي يساوي محيط الدائرة ب؟

افرض أن س هي نسبة محيط الدائرة الصغرى إلى الكبرى.

$$س(٨ط) = ٤ط$$

$$محيط الدائرة أ = ٨ط$$

$$محيط الدائرة ب = ٤ط$$

$$س = ٠.٥$$

لذا تحتاج إلى ٠.٥ من محيط الدائرة أ

### الخطوة ٣:

أوجد قياس الزاوية المركزية التي يجب أن تقطع من الدائرة أ.

$$٠.٥ \times ٣٦٠ = ١٨٠^\circ$$

اقطع زاوية مركزية قياسها  $١٨٠^\circ$  من الدائرة أ، واعمل مخروطاً.



## مساحة سطح الهرم

٦ - ٧

### استعد

بناءً: المبنى في الصورة المجاورة صُمِّم على شكل هرم.

١ ما عدد أوجه الهرم (باستثناء القاعدة)؟ وما شكل كل وجه منها؟

### ٣ مثلثات.

٢ كيف يختلف الهرم عن المنشور؟

#### فكرة الدرس:

أجد المساحة الجانبية والمساحة الكلية لسطح الهرم.

#### المفردات

الهرم المنتظم

الارتفاع الجانبي

المنشور له قاعدتين والهرم له قاعدة واحدة الأوجه الجانبية للمنشور متوازيات أضلاع أما الهرم الأوجه الجانبية مثلثات.

٣ كيف يمكنك إيجاد مساحة الزجاج المستعمل في هذا المبنى؟

أجد مساحة كل مثلث، ثم أجمع المساحات معاً.



مفهوم أساسي

## المساحة الجانبية لسطح الهرم

**النموذج:**



**التعبير اللفظي:** المساحة الجانبية (ج) لسطح الهرم المنتظم هي نصف محيط القاعدة (مح) مضروباً في الارتفاع الجانبي (ل).

**الرموز:**  $ج = \frac{1}{2} \text{ مح ل}$

---

مفهوم أساسي

## المساحة الكلية لسطح الهرم

**النموذج:**



**التعبير اللفظي:** المساحة الكلية (ك) لسطح الهرم المنتظم هي مجموع المساحة الجانبية (ج) ومساحة القاعدة (م).

**الرموز:**  $ك = ج + م$  أو  $ك = \frac{1}{2} \text{ مح ل} + م$

### تحقق من فهمك

(أ) أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح هرم طول ارتفاعه الجانبي ١٨ م، وطول ضلع قاعدته المربعة ١١ م.

$$ج = \frac{1}{2} \text{ مح ل} = \frac{1}{2} \times 44 \times 18 = 396 \text{ م}^2$$

$$ك = ج + م = 396 + (11 \times 11) = 517 \text{ م}^2$$

$$ك = 61490 = 143 \times (215 \times 4)$$

$$ك = 107715 = (215 \times 215) + 61490$$

### تحقق من فهمك

(ب) أوجد المساحة الكلية لسطح هرم خفرع.

$$\text{مساحة القاعدة المربعة} = 215^2 = 46225 \text{ م}^2$$

$$\text{المساحة الكلية} = 46225 + 76540 = 122765 \text{ م}^2$$

#### الربط بالحياة:

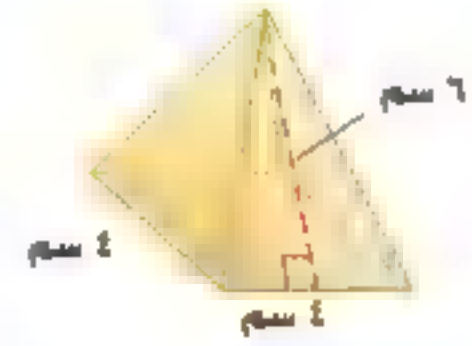
يبلغ ارتفاع هرم خفرع في مصر، ١٤٣ م، وطول ضلع قاعدته المربعة ٢١٥ م.  
المصدر: كتاب الأهرامات المصرية؛ مكتبة الأنجلو المصرية؛ ٢٠١٢ م

الدرس ٦ - ٧ : مساحة سطح الهرم ٤٧

أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل هرم منتظم مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب عُشر إذا لزم الأمر:

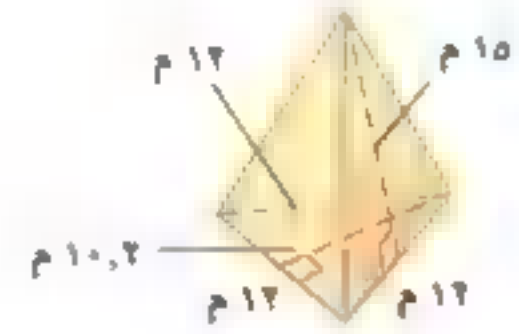
$$ج = \frac{1}{2} (12 + 12 + 12) \times 10 = 270 \text{ م}^2$$

$$ك = 270 + \left( \frac{1}{2} \times 12 \times 10.2 \right) = 331.2 \text{ م}^2$$



$$ج = \frac{1}{2} \text{ مج ل} = \frac{1}{2} \times 16 \times 6 = 48 \text{ سم}^2$$

$$ك = ج + م = 48 + 16 = 64 \text{ سم}^2$$



٣ أهرامات: هرم أرينا في ممفيس في الولايات المتحدة هرم رباعي منتظم، طول قاعدة كل وجه له 600 قدم، وارتفاعه 477 قدمًا، أوجد المساحة الجانبية له.

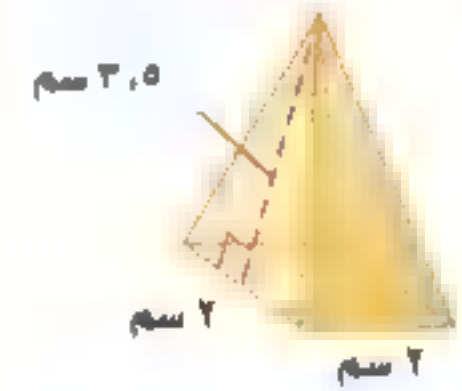
$$ج = \frac{1}{2} (600 \times 4) \times 477 = 572400 \text{ قدم}^2$$

### تدرب وحل المسائل

أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل هرم منتظم مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب عشر إذا لزم الأمر:

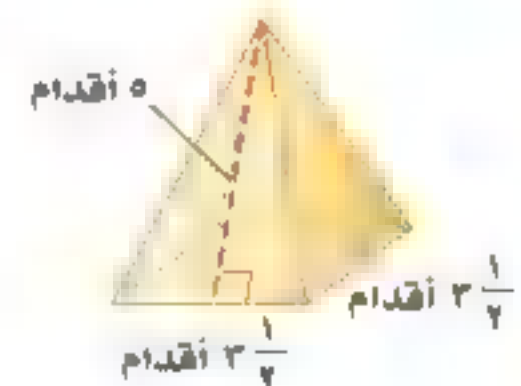
$$ج = \frac{1}{2} \times 8 \times 3.5 = 14 \text{ سم}^2$$

$$ك = 14 + 4 = 18 \text{ سم}^2$$



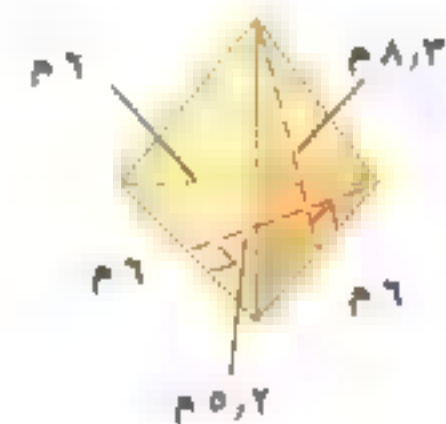
$$ج = \frac{1}{2} \times 14 \times 5 = 35 \text{ قدم}^2$$

$$ك = 35 + 12.25 = 47.3 \text{ قدم}^2$$



$$ج = \frac{1}{2} (6 + 6 + 6) \times 8.3 = 74.7 \text{ م}^2$$

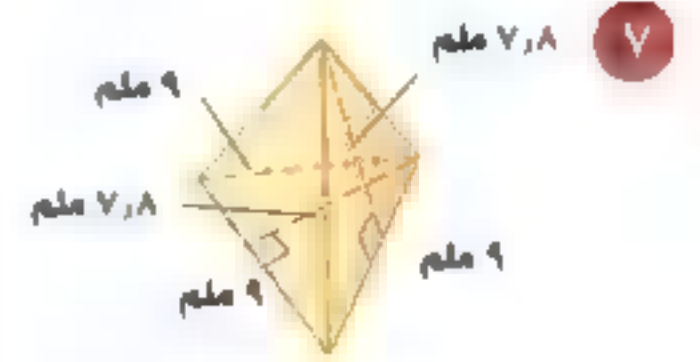
$$ك = 74.7 + \left( \frac{1}{2} \times 6 \times 0.2 \right) = 90.3 \text{ م}^2$$



أوجد المساحة الجانبية والكلية لسطح كل هرم منتظم مما يأتي، مقربًا الجواب إلى أقرب عشر إذا لزم الأمر:

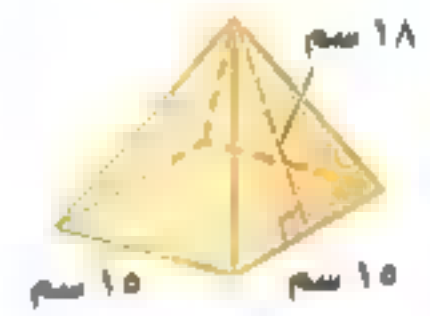
$$ج = \frac{1}{2} \times (9 \times 3) \times 7.8 = 105.3 \text{ ملم}$$

$$ك = 105.3 + \left(7.8 \times 9 \times \frac{1}{2}\right) = 140.4 \text{ ملم}$$



$$ج = \frac{1}{2} \times 60 \times 18 = 540 \text{ سم}$$

$$ك = 540 + 225 = 765 \text{ سم}$$



$$ج = \frac{1}{2} \times 96 \times 32 = 1536 \text{ قدم}$$

$$ك = 1536 + 576 = 2112 \text{ قدم}$$



١٠ أسقف: سقف خشبي على شكل هرم طول ارتفاعه الجانبي ١٦ قدمًا، وقاعدته مربع طول ضلعه ٤٠ قدمًا، ما مساحة الخشب الذي تحتاج إليه لتغطية السقف؟

$$ج = \frac{1}{2} \times 160 \times 16 = 1280 \text{ قدم}^2$$

$$ك = 1280 + 1600 = 2880 \text{ قدم}^2$$

١١ مخطط: هرم رباعي منتظم مساحته الجانبية ٢٥, ١٠٧ سم<sup>٢</sup> وطول ارتفاعه الجانبي ٨, ٢٥ سم، أوجد طول ضلع من قاعدته.

$$ج = 107.25 \text{ سم}^2, ل = 8.25 \text{ سم}$$

$$\text{بما أن } \frac{1}{2} \times \text{مح ل} = \frac{1}{2} \times 8.25 \times \text{مح} = 107.25$$

$$\text{مح} = 26.1 = 107.25 \div 4.12$$

$$\text{مح} = 4 \text{ سم}$$

$$\text{س} = 6.5 = 4 \div 26.1$$





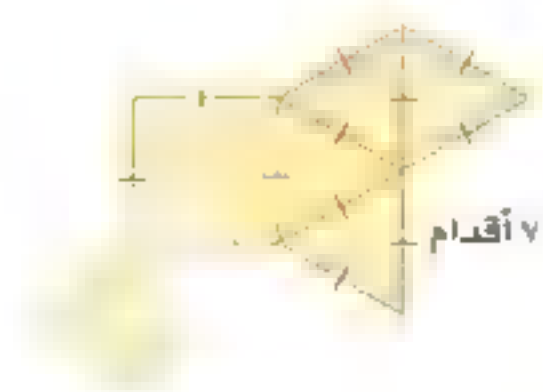
١٢ **فن العمارة:** يبلغ الارتفاع الجانبي لهرم الشمس في المكسيك ١٣٢,٥ م، وطول ضلع قاعدته المربعة ٥,٢٢٣ م، أوجد مساحته الجانبية .

$$ج = \frac{1}{2} \times ٨٩٤ \times ١٣٢.٥ = ٥٩٢٢٧.٥ م^2$$

١٣ **مخطط:** يمثل الشكل المجاور مخططاً لهرم منتظم، احسب المساحة الكلية للهرم.

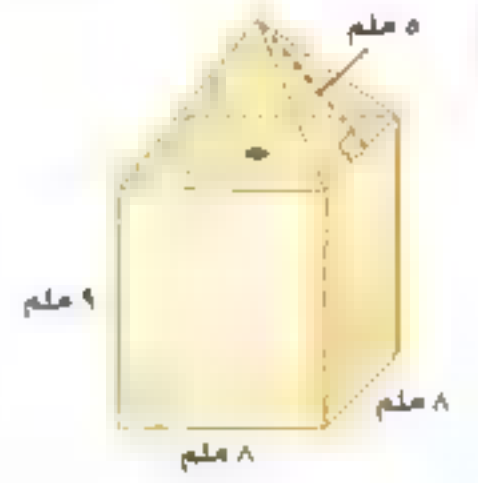
$$ج = \frac{1}{2} \times (٧ \times ٤) \times ٧ = ٩٨ قدم^2$$

$$ك = ٩٨ + (٧ \times ٧) = ١٤٧ قدم^2$$



أوجد المساحة الجانبية والكلية لكل مجسم مما يأتي مقربًا الجواب إلى أقرب عشر:

١٤



$$\text{ج للهرم} = \frac{1}{2} \text{ مع ل} = \frac{1}{2} \times (٨ \times ٤) \times ٥ = ٨٠ \text{ ملم}^2$$

$$\text{ج للمكعب} = \text{مع ع} = ٩ \times ٣٢ = ٢٨٨ \text{ ملم}^2$$

$$\text{ج الكلية} = ٢٨٨ + ٨٠ = ٣٦٨ \text{ ملم}^2$$

$$\text{ك للهرم} = \text{ج} + \text{م} = ٦٤ + ٨٠ = ١٤٤ \text{ ملم}^2$$

$$\text{ك للمكعب} = \text{ج} + \text{م}^2 = ٢٨٨ + (٦٤)^2 = ٤١٦ \text{ ملم}^2$$

$$\text{ك الكلية} = ٤١٦ + ١٤٤ = ٥٦٠ \text{ ملم}^2$$

$$\text{ج للهرم الأول} = \frac{1}{2} \times ١٦ \times ٧ = ٥٦ \text{ بوصة}^2$$

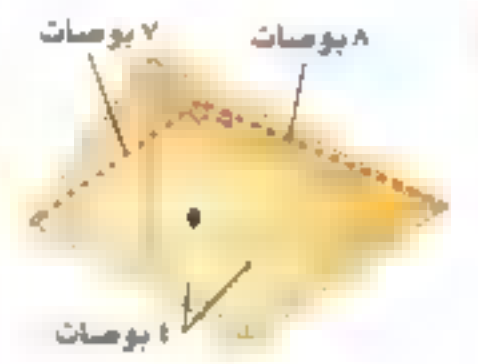
$$\text{ج للهرم الثاني} = \frac{1}{2} \times ١٦ \times ٨ = ٦٤ \text{ بوصة}^2$$

$$\text{ج الكلية} = ٦٤ + ٥٦ = ١٢٠ \text{ بوصة}^2$$

$$\text{ك للهرم الأول} = ١٦ + ٥٦ = ٧٢ \text{ بوصة}^2$$

$$\text{ك للهرم الثاني} = ١٦ + ٦٤ = ٨٠ \text{ بوصة}^2$$

$$\text{ك الكلية} = ٨٠ + ٧٢ = ١٥٢ \text{ بوصة}^2$$



١٥

$$\text{ج للمكعب} = \text{مع ع} = ٨ \times ٣٢ = ٢٥٦ \text{ سم}^2$$

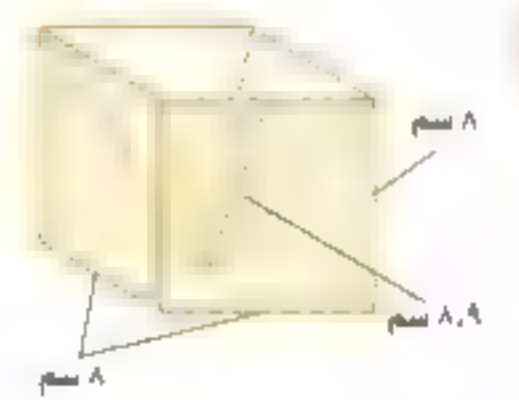
$$\text{ج للهرم} = \frac{1}{2} \times ٣٢ \times ٨.٩ = ١٤٢.٤ \text{ سم}^2$$

$$\text{ج الكلية} = ١٤٢.٤ - ٢٥٦ = ١١٣.٦ \text{ سم}^2$$

$$\text{ك للمكعب} = \text{ج} + \text{م}^2 = ٢٥٦ + (٦٤)^2 = ٣٨٤ \text{ سم}^2$$

$$\text{ك للهرم} = \text{ج} + \text{م} = ٦٤ + ١٤٢.٤ = ٢٠٦.٤ \text{ سم}^2$$

$$\text{ك الكلية} = ٢٠٦.٤ - ٣٨٤ = ١٧٧.٦ \text{ سم}^2$$



١٦



١٧ مصباح مكتبي: اشترى عمر مصباحًا مكتبيًا على شكل

هرم منتظم، احسب المساحة الجانبية للمصباح.

(إرشاد: استعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد الارتفاع الجانبي).

$$\text{ج} = \frac{1}{2} \times ٨ \times (١٢ \times ٤) = ١٩٢ \text{ بوصة}^2$$

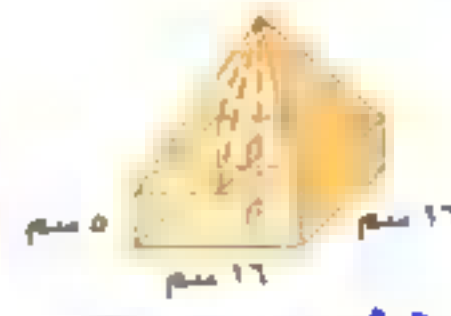
منظر جانبي للهرم



تحدّ: استعمل الشكل المجاور لحل الأسئلة ١٨ - ٢٠،

علماً بأن الارتفاع الكلي له ٢٠ سم.

أوجد ارتفاع الهرم (ع).



الارتفاع الكلي = ٢٠، ارتفاع المنشور = ٥

إذن ارتفاع الهرم = ٢٠ - ٥ = ١٥ سم

١٩ استعمل ارتفاع الهرم لإيجاد الارتفاع

الجانبي (ل).

الارتفاع المائل =  $\sqrt{(\text{ارتفاع الهرم})^2 + (\text{طول ضلع القاعدة} \div 2)^2}$

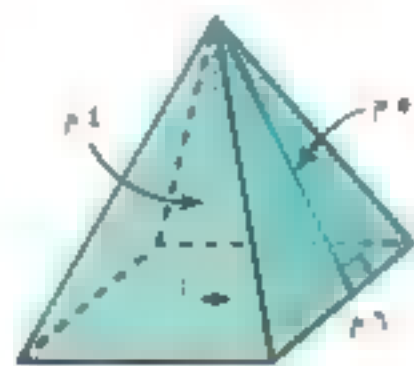
$$ل = \sqrt{225 + 64} = 17 \text{ سم}$$

٢٠ أيّ الشكلين مساحة سطحه أكبر؛ الهرم أم المنشور؟ برّر إجابتك.

$$\text{مساحة سطح الهرم} = \frac{1}{2} \text{ مع } ل = \frac{1}{2} \times 16 \times 17 = 136 \text{ سم}^2$$

$$\text{مساحة سطح المنشور} = \text{مع } ع = 5 \times 16 = 80 \text{ سم}^2$$

إذن مساحة سطح الهرم أكبر.



٢١ اكتشف الخطأ: أوجد كلّ من حمد ونواف المساحة

الكلية للهرم المنتظم المجاور، فأيهما توصل للجواب

الصحيح؟ فسّر تبريرك.

حمد هو الصحيح: لأن المساحة الجانبية للهرم تأتي من حاصل ضرب محيط القاعدة ×

الارتفاع الجانبي.

٢٢ مسألة مفتوحة: هرم قاعدته مربعة، طول ضلعها ٣ سم، وطول ارتفاعه

الجانبي ٤ سم، فما الأبعاد الممكنة لمنشور مستطيلي له مساحة سطح الهرم نفسها؟

٢ سم، ٣ سم، ٢.١ سم.





**تحدد :** أوجد المساحة الكلية للهرم الرباعي المنتظم الذي حجمه ٤٠٠ سم<sup>٣</sup> ، وطول ضلع قاعدته ١٠ سم.

$$\text{الحجم} = \frac{1}{3} م ع$$

$$٤٠٠ = \frac{1}{3} \times ١٠٠ \times ع$$

$$ع = ١٢$$

$$ل = \sqrt{(\text{ارتفاع الهرم})^2 + (\text{طول ضلع القاعدة} \div ٢)^2}$$

$$ل = \sqrt{١٢^2 + ١٣^2} = ١٧$$

$$ك = \frac{1}{2} \text{ مع ل} + م = \frac{1}{2} \times ١٧ \times ٤٠ + ١٠٠ = ٣٦٠$$

**اكتب :** كيف يمكنك استعمال ارتفاع هرم لإيجاد طول ارتفاعه الجانبي ؟

إذا كنت تعرف طول ضلع القاعدة، يمكنك استعمال نظرية فيثاغورس إيجاد الارتفاع المائل للهرم الرباعي.

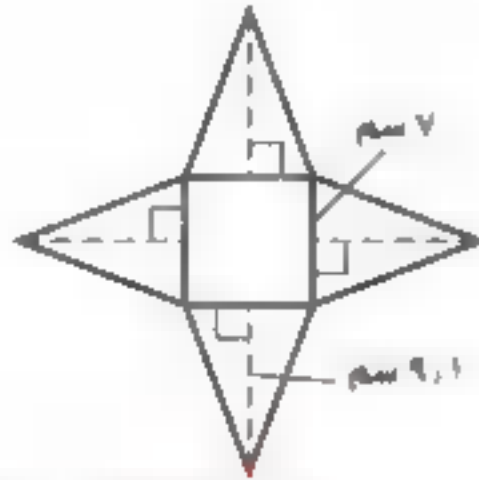
$$ل = \sqrt{(\text{ارتفاع الهرم})^2 + (\text{طول ضلع القاعدة} \div ٢)^2}$$

٢٥ ما أفضل تقدير للمساحة الجانبية لسطح الهرم في الشكل أدناه؟



- (أ) ١٠٧ أقدام مربعة (ب) ١٨٠ قدمًا مربعة  
(ج) ٤٢٩ قدمًا مربعة (د) ٦٠٧ أقدام مربعة

٢٦ تمثل الشبكة أدناه هرمًا رباعيًّا منتظمًا، مقررًا إلى أقرب عدد صحيح؟ ما المساحة الجانبية لسطح الهرم؟



- (أ) ٣٢ سم<sup>٢</sup> (ب) ٤٩ سم<sup>٢</sup>  
(ج) ١٢٧ سم<sup>٢</sup> (د) ١٧٦ سم<sup>٢</sup>

## مراجعة تراكمية

٢٧ تغليف: أوجد المساحة الجانبية لسطح العلبة أسطوانية قطرها ٣ بوصات، وارتفاعها ٥ بوصات. (الدرس ٦ - ٦)

المساحة الجانبية للأسطوانة = محيط القاعدة × الارتفاع

$$\text{محيط القاعدة} = 2\pi r = 2\pi(1,5) = 9,42$$

$$\text{المساحة الجانبية للأسطوانة} = 5 \times 9,42 = 47,12$$

$$\text{المساحة الكلية} = \text{المساحة الجانبية} + \text{مساحة القاعدة}$$

$$\text{المساحة الكلية} = 47,12 + (2\pi(1,5)^2) \approx 54,2$$

٢٨ جبال: قام سعد بإنشاء نموذج جبل من الطين على شكل مخروط، إذا كان ارتفاع الجبل ٤ أقدام، ونصف قطر قاعدته قدمان، فما حجم المادة الطينية اللازمة لإنشاء الجبل؟ قرب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة إذا لزم ذلك. (الدرس ٦ - ٥)

$$\text{حجم المخروط} = \frac{1}{3} \times \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{حجم المخروط} = \frac{1}{3} \times \pi \times (2)^2 \times 4 \approx 4,2$$

٤ **قالب حلوى:** صنعت مها قالب حلوى على شكل

مصباح كهربائي كما في الشكل أدناه وتريد تزيينه. فإذا كان الوعاء الواحد من مادة التزيين يغطي ٢٥٠ سم<sup>٢</sup> من قالب الحلوى، فكم وعاء تحتاج لتزيين القالب كاملاً؟

$$١ م = \frac{1}{2} ع (١ ق + ٢ ق) = \frac{1}{2} \times ٣٧ \times ٥ = ٩٢.٥ سم$$

$$٢ م = \frac{1}{2} طنق = \frac{1}{2} \times ٣٦ \times ٣.١٤ \times \frac{1}{2} = ٥٦.٥ سم$$

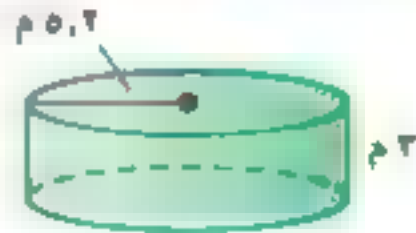
$$٣ م = ١٨ \times ١٢ = ٢١٦ سم$$

$$م الكلية = ٣٦٥ سم$$

$$إذن عدد الأوعية = ٢٥٠ \div ٣٦٥ = ١.٤٦ سم$$

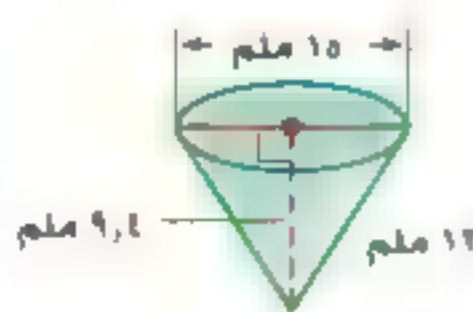
أي وعائين تقريباً.

أوجد حجم كل مجسم، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:



$$ح = م = ع = ٣ \times ٢٧.٠٤ \times ٣.١٤$$

$$= ٢٥٤.٧ م$$



$$ح = \frac{1}{3} طنق = \frac{1}{3} \times ٩.٤ \times ٥٦.٢٥ \times ٣.١٤ \times \frac{1}{3}$$

$$= ٥٥٣.٤ ملم$$

١ **اختيار من متعدد:** ركض فارس حول مضمار

دائري مرتين، فإذا كان نصف قطر المضمار ٢٥ م، فما المسافة التي ركضها الفارس؟

$$(أ) ٣١٤ م$$

$$(ب) ١٥٧ م$$

$$(ج) ٧٨,٥ م$$

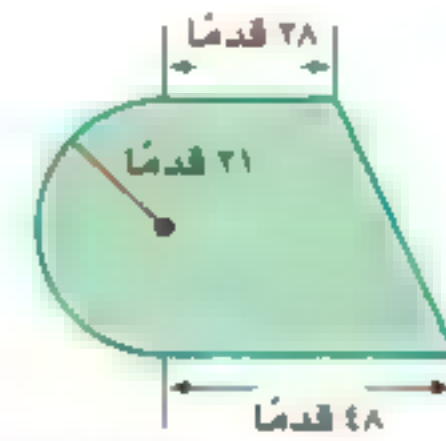
$$(د) ٥٠ م$$

ركض مرتين = ٢ محيط الدائرة = ٢ طنق

$$= ٢٥ \times ٣,١٤ \times ٤ = ٣١٤ م.$$

إذن أ هي الصحيحة.

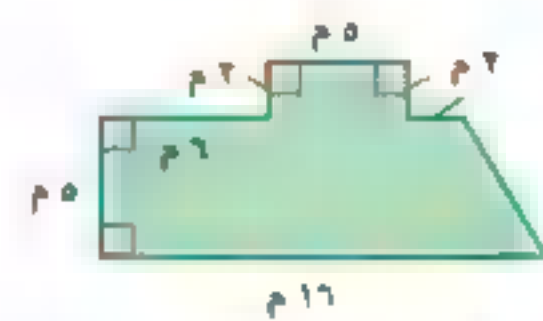
أوجد مساحة كل شكل فيما يأتي، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:



$$١ م = \frac{1}{2} ع (١ ق + ٢ ق) = \frac{1}{2} \times (٤٨ + ٢٨) \times ٢١ = ١٥٩٦ قدم$$

$$٢ م = \frac{1}{2} طنق = \frac{1}{2} \times ٤٤١ \times ٣.١٤ \times \frac{1}{2} = ٦٩٢.٣٧ قدم$$

$$م الكلية = ٢٢٨٨,٤ قدم$$



$$١ م = ٢ \times ٥ = ١٠ م$$

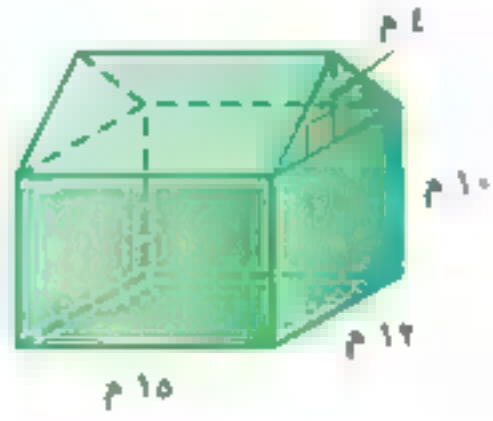
$$٢ م = ٦ \times ٥ = ٣٠ م$$

$$٣ م = \frac{1}{2} ع (١ ق + ٢ ق) = \frac{1}{2} \times (١٠ + ٢٠) \times ٥ = ٧٥ م$$

$$م = ٨٢.٥ = ٧٥ + ٣٠ + ١٠ م$$



١١ اختيار من متعدد: أوجد حجم المجسم أدناه.



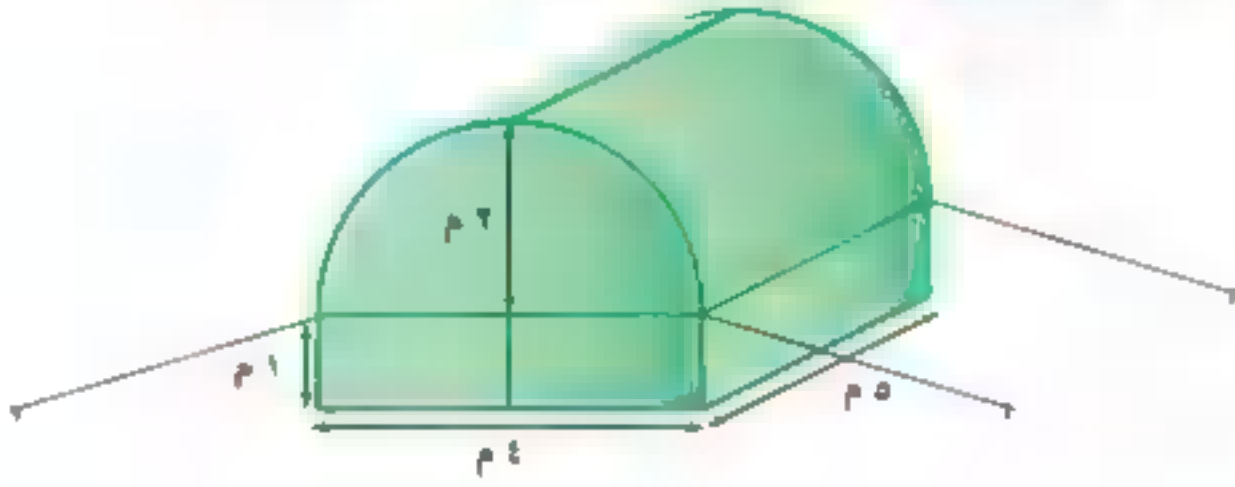
(أ)  $2160 \text{ م}^3$

(ب)  $2520 \text{ م}^3$

(ج)  $3600 \text{ م}^3$

(د)  $7200 \text{ م}^3$

١٢ خيام: احسب مساحة سطح الخيمة في الشكل أدناه، مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.



ك للمنشور =  $\text{مح} + \text{ع} = 2 + 1 \times 18 = 20$

ك للأسطوانة =  $\frac{1}{2} (\text{مح} + \text{ع}) = \frac{1}{2} (2 + 20) = 11$

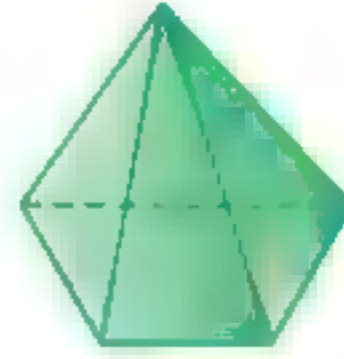
$(4 \times 3.14 \times 2) + (5 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{2}) =$

$40.82 = 25.12 + 15.7 =$

مساحة سطح الخيمة = ك للمنشور + الأسطوانة  $\approx 99.8 \text{ م}^2$

٧ هندسة: حدّد نوع الشكل،

واذكر عدد أوجهه وشكلها، ثم عدد أحرفه ورؤوسه.



هرم: قاعدته شبه منحرف له ٥

أوجه أحدها شبه منحرف، و٤

مثلثات، ٨ أحرف، و٥ رؤوس.

٨ وقود: صهرج (خزان) وقود أسطواناني الشكل

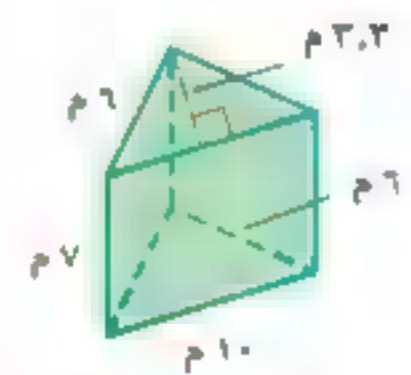
كما في الشكل أدناه. احسب حجم الصهرج؟ مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة.



$21.2 \times 4.2 \times 3.14 = \text{ح} = \text{م} = \text{ع}$

$1174.3 \text{ م}^3 =$

أوجد حجم كل مجسم ومساحة سطحه الكلية، مقرباً الجواب إلى أقرب جزء من عشرة:



ك =  $\text{مح} + \text{ع} = 2 + 22 = 24$

ح =  $\frac{1}{3} \text{م} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times (3.3 \times 10) \times 7 = 38.5 \text{ م}^3$

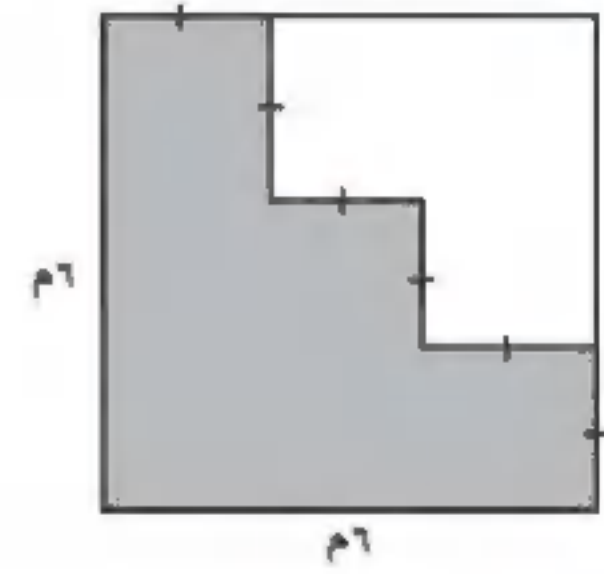


ح =  $\frac{1}{3} \text{م} = \frac{1}{3} \times 10.4 \times 49 \times \frac{1}{3} = 169.9 \text{ قدم}^3$

ك =  $\frac{1}{2} \text{مح} + \text{ل} = \frac{1}{2} \times 28 \times 11 + 49 = 203 \text{ قدم}^3$

اختر الإجابة الصحيحة:

١ ما مساحة الجزء المظلل من الشكل أدناه؟



(ب) ٢٤ م<sup>٢</sup>

مساحة المستطيل الكبير =  $6 \times 6 = 36$  سم<sup>٢</sup>

مساحة المستطيل المظلل =  $36 - (2 \times 2) = 32$  م<sup>٢</sup>

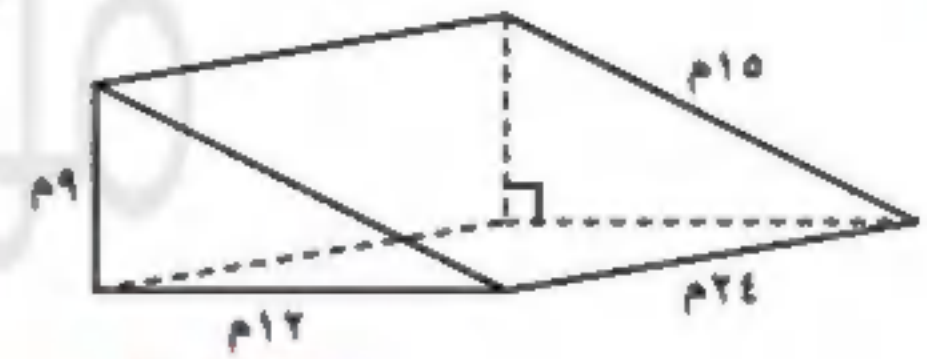
(ج) ٢٦ م<sup>٢</sup>

(د) ٣٠ م<sup>٢</sup>

(ا) ٢٠ م<sup>٢</sup>

(ب) ٢٤ م<sup>٢</sup>

٢ ما حجم المنشور الثلاثي في الشكل أدناه؟



حجم المنشور = مساحة القاعدة  $\times$  الارتفاع

حجم المنشور =  $24 \times \left(9 \times 12 \times \frac{1}{2}\right) = 1296$  م<sup>٣</sup>

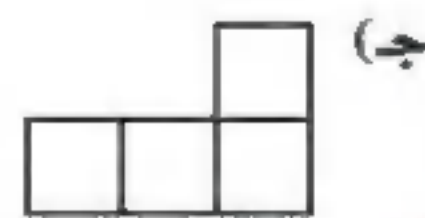
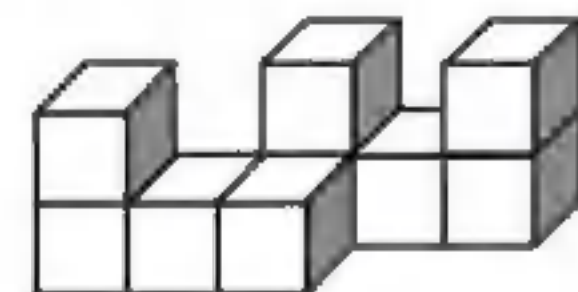
(ج) ١٢٩٦ م<sup>٣</sup>

(د) ٩٧٢ م<sup>٣</sup>

(ا) ٨١٠ م<sup>٣</sup>

(ب) ٢٥٩٢ م<sup>٣</sup>

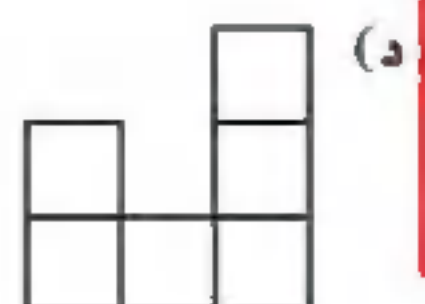
٣ أي مما يأتي يمثل المنظر الجانبي للمجسم أدناه؟



(ج)



(ا)



(د)



(ب)



## الاختبار التراكمي (٦)

اختيار من متعدد

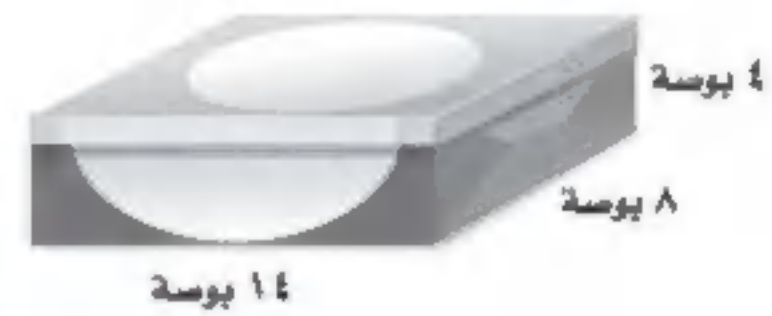
القسم ١

اختر الإجابة الصحيحة:

٤ ما المساحة السطحية لصندوق حوض الغسيل في الشكل أدناه؟

(ج) ٤٠٠ بوصة مربعة

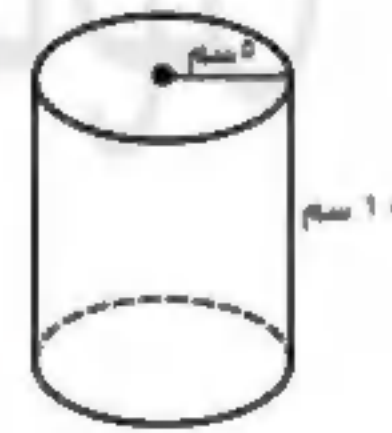
$$400 = (14 \times 8)2 + (8 \times 4)2 + (14 \times 4)2 = \text{المساحة السطحية}$$



(أ) ٢٠٠ بوصة مربعة (ج) ٤٠٠ بوصة مربعة

(ب) ٢٢٤ بوصة مربعة (د) ٤٤٨ بوصة مربعة

٥ ما حجم الأسطوانة في الشكل أدناه؟

(أ) ١٠٠ سم<sup>٣</sup>(ب) ١٥٧ سم<sup>٣</sup>(ج) ٣١٤ سم<sup>٣</sup>(د) ٧٨٥ سم<sup>٣</sup>

(د) 785

حجم الأسطوانة = ط × ر<sup>٢</sup>حجم الأسطوانة = ط (5) × 10<sup>٢</sup> ≈ 785 سم<sup>٣</sup>

٦ ما حجم المخروط القائم الذي قطر قاعدته ٨ بوصات، وارتفاعه ١٢ بوصة؟ قرب إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.

(أ) ٢٠١ بوصة مكعبة

(أ) ٢٠١ بوصة مكعبة

(ب) ٤٨١ بوصة مكعبة

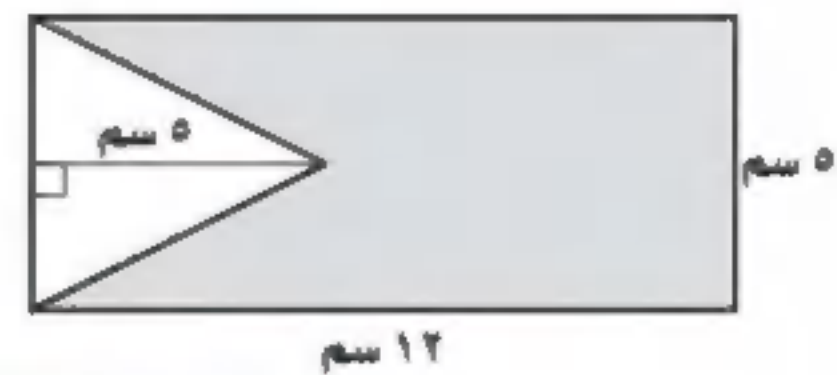
(ج) ٦٠٣ بوصات مكعبة

(د) ٨٠٤ بوصات مكعبة

حجم المخروط = ط ×  $\frac{1}{3}$  × ر<sup>٢</sup>حجم المخروط = ط ×  $\frac{1}{3}$  × 16 × 12 ≈ 201,1 بوصة مكعبة.



٧ تمَّ قسُّ مثلث متطابق الضلعين من مستطيل كما في الشكل أدناه. ما مساحة الجزء المتبقي من المستطيل؟



(ج) 47,5 سم<sup>٢</sup>

مساحة المستطيل - مساحة المثلث = الجزء المتبقي

$$\text{الجزء المتبقي} = (12 \times 5) - \left(5 \times 5 \times \frac{1}{2}\right) = 47,5 \text{ سم}^2$$

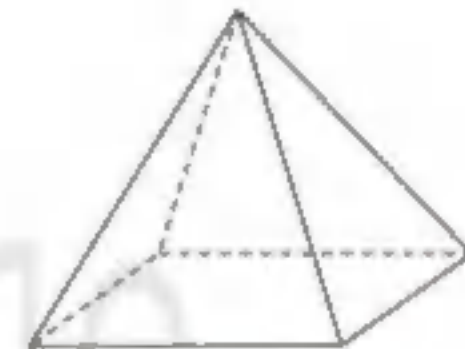
(ج) 47,5 سم<sup>٢</sup>

(أ) 60 سم<sup>٢</sup>

(د) 35 سم<sup>٢</sup>

(ب) 55 سم<sup>٢</sup>

٨ ما عدد أوجه المجسم أدناه؟



(أ) 2

(ب) 3

(ج) 4

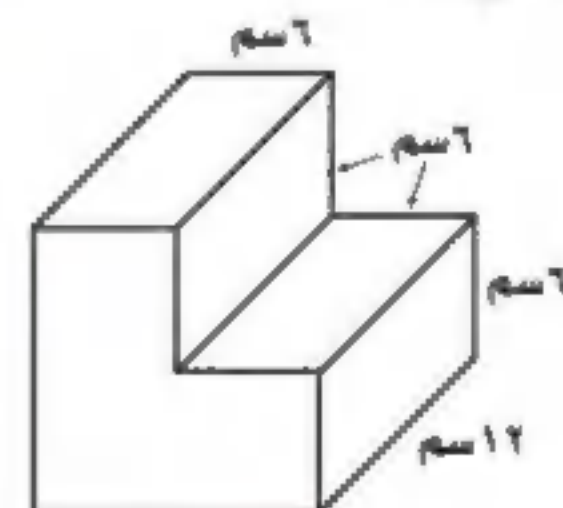
(د) 5

الإجابة القصيرة

القسم ٢

أجب عن السؤالين الآتيين:

٩ رُتبت قطع خشبية بعضها فوق بعض، فكوّنت الشكل أدناه، ما حجم المجسم الناتج عن ترتيب القطع الخشبية؟



مكعبين أبعادهم ١٢ و ١٢ و ٦ والثاني ١٢ و ٦ و ٦

حجم المكعب الأول + حجم المكعب الثاني = أكبر مكعب يمكن إنشاؤه

$$1296 \text{ سم}^3 = (6 \times 6 \times 12) + (12 \times 12 \times 6)$$

هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟

إذا لم تجب عن السؤال ....

فراجع الدرس ....

١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
٦-٦	٥-٦	٤-٦	٣-٦	١-٦	٥-٦	٤-٦	٥-٦	٣-٦	٤-٦	١-٦



١٠ أوجد حجم الهرم الرباعي المنتظم الذي طول ضلع قاعدته ٧ بوصات، وارتفاعه ٤ بوصات، مقرباً إجابتك إلى أقرب جزء من عشرة.

$$\text{حجم الهرم} = \frac{1}{3} \times \text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

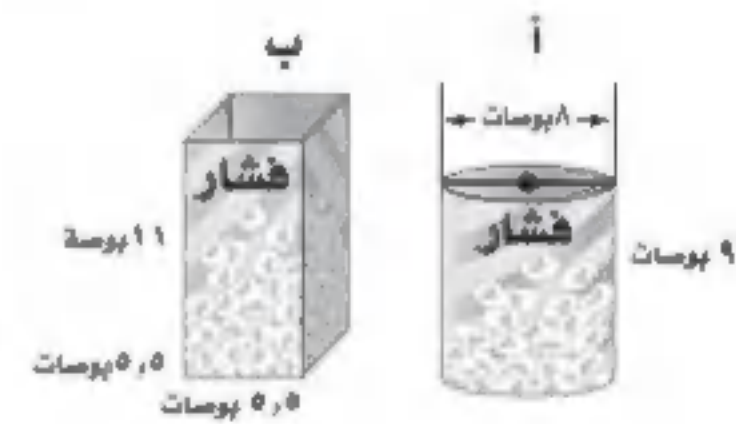
$$\text{حجم الهرم} = \frac{1}{3} \times (7 \times 7) \times 4 \approx 65,33 \text{ بوصة}$$

الإجابة المطولة

القسم ٣

أجب عن السؤال الآتي موضّحاً خطوات الحل:

١١ يباع الفشار في شكلين من العلب المميّنة أدناه، ويرغب صاحب محل أن يختار أحد الشكلين ليستعمله في بيع الفشار.



(أ) أيّ العلبتين تتسع لأكثر كمية من الفشار؟ فسّر إجابتك.

(أ) العلبة الأولى تتسع لأكثر كمية من الفشار.

(ب) أيّ العلبتين تحتاج إلى كمية أقل من الكرتون لصنعها؟ فسّر إجابتك.

(ب) العلبة الثانية.

المساحة الجانبية للعبلة الأولى =  $\text{مح} \times \text{ع}$

$$\text{المساحة الجانبية} = 2 \times 4 \times 9 = 226,2$$

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة

$$\text{المساحة الكلية} = 226,2 + (16 \times 4) = 276,5$$

المساحة الجانبية للعبلة الثانية =  $\text{مح} \times \text{ع}$

$$\text{المساحة الجانبية} = 2 \times (5,5 + 5,5) \times 9 = 198$$

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة

$$\text{المساحة الكلية} = 198 + (5,5 \times 5,5) = 228,25$$

هل تحتاج إلى مساعدة إضافية؟

إذا لم تجب عن السؤال ....

فراجع الدرس ....

١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
٦-٦	٥-٦	٤-٦	٣-٦	١-٦	٥-٦	٤-٦	٥-٦	٣-٦	٤-٦	١-٦